

Výroková logika

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na www.jarjurek.cz

1. Výrok, logické spojky, kvantifikátory

Názvové konstanty a proměnné

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$S = f(r)$$

Říkáme, že S je funkcí r.

Číslo π je názvová konstanta. Příslušné proměnné říkáme názvová proměnná.

r - nezávisle proměnná

S - závisle proměnná

Písmeno, které je použito jako symbol jednoho určitého objektu, považujeme za **názvovou konstantu**. Písmeno, které je použito jako symbol libovolného objektu z určitého oboru, považujeme za **názvovou proměnnou**.

Uvedený obor pak nazýváme **obor proměnné**.

Výroky a hypotézy, negace výroků

Za **výroky** považujeme ty dobře srozumitelné oznamovací věty, které mohou být buď jen pravdivé nebo jen nepravdivé.

Pravdivostní hodnotou výroku se rozumí jedna z jeho kvalit - pravdivost nebo nepravdivost.

Hypotézou rozumíme výrok, jehož pravdivostní hodnota není známa.

Pozn.: Věty zvolací, rozkazovací a tázací nejsou výroky.

Označíme-li libovolný výrok písmenem V, pak výrok "Není pravda, že V ..." nazýváme **negací výroku V**

Výrok a jeho negace mají **opačné pravdivostní hodnoty**.

Příklady:

V: $6 + 3 = 9$

Šest plus tři se rovná devět

V': Není pravda, že $6 + 3 = 9$

Šest plus tři není devět

V: Po skončení vyučování půjdu na oběd.

V': Není pravda, že po skončení vyučování půjdu na oběd.

Po skončení vyučování nepůjdu na oběd.

Hovoří-li se ve výroku o jedné z několika možností, musí jeho negace zahrnout všechny ostatní možnosti.

V: V noci nepršelo.

V': Není pravda, že v noci nepršelo.

V noci pršelo.

V: Nemám červenou vázanku.

V': Není pravda, že nemám červenou vázanku.

Mám červenou vázanku.

V: Číslo jedna není složené číslo.

V': Není pravda, že číslo jedna není složené číslo.

Číslo jedna je složené číslo.

V: Číslo $7\pi \neq 22$
 V': Není pravda, že číslo $7\pi \neq 22$
 Číslo $7\pi = 22$

Existenční kvantifikátory:

- existuje aspoň
- existuje nejvýše
- existuje právě

Obecné kvantifikátory:

- pro každé
- pro žádné

Výroky, které obsahují pouze existenční kvantifikátory, nazýváme **existenční výroky**.

Výroky, které obsahují pouze obecné kvantifikátory, nazýváme **obecné výroky**.

Příklady:

Následující věty o prvočíslech jsou vysloveny ledabyle; zpřesněte jejich formulaci tím, že uplatníte proměnnou p označující libovolné prvočíslo a použijte kvantifikátorů.

- a) Nějaké prvočíslo je sudé.
Existuje aspoň jedno p , které je sudé.
- b) Číslicový zápis prvočísel nekončí nulou.
Pro žádné p neplatí: Zápis p končí nulou.
- c) Vyskytují se i taková prvočísla, že číslo o 2 větší než ona jsou též prvočísla.
Existuje aspoň jedno p , pro něž platí: $p + 2$ je prvočíslo.
- d) Jednociferných prvočísel se nenajde víc než 5.
Existuje nejvýše $5p$, která jsou jednociferná.
- e) Dvě sudá prvočísla nenajdeme.
Existuje nejvýše jedno p , které je sudé.
- f) Nejedno prvočíslo je zapsáno několika stejnými číslicemi.
Existují aspoň dvě p , z nichž každé je zapsáno stejnými číslicemi.

Operace s výroky

Chceme vyjádřit, že	Použijeme spojky	Vytvoříme výrok
Výrok X neplatí	Není pravda, že... (non)	Není pravda, že X X' Negace - non X výroku X
Platí oba výroky X, Y	a (et)	X a Y ... konjunkce $X \wedge Y$
Platí aspoň jeden z výroků X, Y	nebo (vel)	X nebo Y ... alternativa (disjunkce) $X \vee Y$
Platí buď výrok X nebo výrok Y		(ostrá disjunkce) Buď X nebo Y
Pokud platí X, pak platí i Y (platnost výroku X však není požadována)	když ..., pak ...	Jestliže X, pak Y... Implikace výroku Y výrokem X $X \Rightarrow Y$ X implikuje Y
Výroky X, Y mají stejnou pravdivostní hodnotu (buď oba platí nebo oba neplatí)	... právě tehdy, když tehdy a jen tehdy, když...	X právě tehdy, když Y Ekvivalence výroků X, Y $X \Leftrightarrow Y$ X je ekvivalentní s Y

Konkrétní příklady:

X	Y	X'	X ∧ Y	X ∨ Y	X ⇒ Y	X ⇔ Y	Bud' X nebo Y
1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	0

Používaná symbolika:

∈ ... je elementem, náleží, patří, ...

∉ ... není elementem, neleží, nepatří, ...

∀x ... ke každému, každé, ...

∃x ... existuje aspoň (jedno x, ...)

: ... platí

∞ ... (nekonečno) - matematický symbol

Obsah

 1. Výrok, logické spojky, kvantifikátory

2