

Soustavy rovnic o více neznámých

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na www.jarjurek.cz.

1. Soustavy rovnic o více než dvou neznámých

Zajímat nás budou pouze **soustavy rovnic o tolika neznámých, kolik bude zadáno rovnic** - tedy např. soustava třech rovnic o třech neznámých, soustava čtyř rovnic o čtyřech neznámých, soustava pěti rovnic o pěti neznámých, apod. Samozřejmě ale může existovat např. i soustava pěti rovnic o čtyřech neznámých, atd.

Uvedené soustavy můžeme řešit jak dosazovací metodou, tak i sčítací metodou. Omezíme se v dalším výkladu ale pouze na **metodu dosazovací**.

Postup řešení soustav rovnic o více neznámých:

1. Vybereme si libovolnou rovnici a z ní vyjádříme jednu neznámou; výhodné je vybrat takovou neznámou, u níž není žádný koeficient - nevzniknou tak zbytečně obtížné zlomky, a dále, je-li to možné vybíráme přednostně takovou neznámou, u níž není znaménko minus - opět se nám tím řešení výrazně zjednoduší. Shrnutu tedy - vybíráme přednostně pro vyjádření takovou neznámou, u níž je pomyslný koeficient 1.
2. Vyjádřenou neznámou dosadíme do zbývajících rovnic a tyto rovnice zjednodušíme do základního tvaru (tj. na levé straně neznámé - v pořadí podle abecedy, na pravé straně číslo). Tím jsme snížili stupeň soustavy rovnic - tedy např. z původní soustavy čtyř rovnic o čtyřech neznámých jsme dostali soustavu třech rovnic o třech neznámých.
3. Kroky 1/ a 2/ opakujeme znovu tolikrát, až dostaneme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých. Tu pak vyřešíme běžným způsobem - sčítací nebo dosazovací metodou.
4. Zapišeme výsledek uspořádanou n-ticí.
5. Provedeme zkoušku pro každou rovnici ze soustavy - dosazujeme vždy do původního zadání.

Ukázkový příklad:

Příklad 1:

Řešte soustavu rovnic:

$$\frac{3x + y}{z + 1} = 2$$

$$\frac{3y + z}{x + 1} = 2$$

$$\frac{3x + z}{y + 1} = 2$$

Stanovíme podmínky řešitelnosti:

$$z \neq -1; x \neq -1; y \neq -1$$

$$3x + y = 2 \cdot (z + 1)$$

$$3y + z = 2 \cdot (x + 1)$$

$$3x + z = 2 \cdot (y + 1)$$

$$3x + y = 2z + 2$$

$$3y + z = 2x + 2$$

$$3x + z = 2y + 2$$

$$3x + y - 2z = 2$$

$$-2x + 3y + z = 2$$

$$3x - 2y + z = 2$$

Z první rovnice vyjádříme neznámou y :

$$y = -3x + 2z + 2 \quad (1)$$

Dosadíme do zbývajících dvou rovnic:

$$3 \cdot (-3x + 2z + 2) + z = 2 \cdot (x + 1)$$

$$3x + z = 2 \cdot (-3x + 2z + 2 + 1)$$

$$-9x + 6z + 6 + z = 2x + 2$$

$$3x + z = -6x + 4z + 4 + 2$$

$$-11x + 7z = -4$$

$$9x - 3z = 6$$

Druhou rovnici vykrátíme třemi, poté z ní vyjádříme neznámou z :

$$z = 3x - 2 \quad (2)$$

Dosadíme do první rovnice:

$$-11x + 7 \cdot (3x - 2) = -4$$

$$-11x + 21x - 14 = -4$$

$$10x = 10$$

$$x = 1$$

Dosadíme do rovnice (2):

$$z = 3 \cdot 1 - 2 = 1$$

Dosadíme do rovnice (1):

$$y = -3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 = 1$$

Výsledky neodporují podmínkám řešitelnosti.

Zapišeme výsledek:

$$[x; y; z] = [1; 1; 1]$$

Zkouška:

$$L_1 = \frac{3 \cdot 1 + 1}{1 + 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$P_1 = 2$$

$$L_1 = P_1$$

$$L_2 = \frac{3 \cdot 1 + 1}{1 + 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$P_2 = 2$$

$$L_2 = P_2$$

$$L_3 = \frac{3 \cdot 1 + 1}{1 + 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$P_3 = 2$$

$$L_3 = P_3$$



2. Soustavy rovnic o více neznámých - procvičovací příklady

1. Řešte soustavu rovnic:

2731

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z = \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{5}z = \frac{1}{60}$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}y + \frac{1}{6}z = \frac{1}{60}$$

!!!

OK [0,2; -1; 1]

2. Řešte soustavu rovnic:

2720

$$x + y - z = 17$$

$$x + z - y = 13$$

$$y + z - x = 7$$

!!!

OK [15; 12; 10]

3. Řešte soustavu rovnic:

2737

$$x - y - z = 5$$

$$y - x - z = 1$$

$$z - x - y = -15$$

!!!

OK [7; 5; -3]

4. Řešte soustavu rovnic:

$$2a + 3b - c + d = 2$$

$$a + b - c - d = -1$$

$$a - b + 2c + d = 3$$

$$3a + 5b + c + 2d = 0$$

2733

!!!
OK

$$\left[\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{7}{3} \right]$$

5. Řešte soustavu rovnic:

$$x + y = 37$$

$$x + z = 25$$

$$y + z = 22$$

2718

!!!
OK

$$[20; 17; 5]$$

6. Řešte soustavu rovnic:

$$x + y - z = 5$$

$$2x + 2y - 2z = 7$$

$$x - 3y + 5z = 15$$

2729

!!!
OK

Nemá řešení

7. Řešte soustavu rovnic:

$$\frac{x+1}{y+1} = 2$$

$$\frac{y+2}{z+1} = 4$$

$$\frac{z+3}{x+1} = \frac{1}{2}$$

2732

!!!
OK

$$[5; 2; 0]$$

8. Řešte soustavu rovnic:

$$2x + 3y - z = 18$$

$$3x - 2y + z = 8$$

$$x + 2y + z = 24$$

2725

!!!
OK

$$[4; 6; 8]$$

9. Řešte soustavu rovnic:

$$5x + 5y + z = 2$$

$$3x - 4y - 3z = 1$$

$$-2x + y + z = -1$$

2721

!!!
OK

$$[1; -1; 2]$$

10. Řešte soustavu rovnic:

$$x + 2y + 3z + 4u = 10$$

$$2x + y - z + 3u = 5$$

$$3x + 4y - z - u = 5$$

$$-x - 2y + 3z + u = 1$$

2724

!!!
OK

$$[1; 1; 1; 1]$$

11. **Řešte soustavu rovnic:**

$$x + y + z = 15$$

$$3x - y + z = 15$$

$$2x + 2y - z = 15$$

2727

!!!

OK [5; 5; 5]

12. **Řešte soustavu rovnic:**

$$\frac{6}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4$$

$$\frac{3}{x} + \frac{8}{y} + \frac{5}{z} = 4$$

$$\frac{9}{x} + \frac{12}{y} - \frac{10}{z} = 4$$

2714

!!! Použijte substituci:

$$\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$$

OK [3; 4; 5]

13. **Řešte soustavu rovnic:**

$$x + 2y + 5z = 1$$

$$3x + 4y + 7z = 2$$

$$6x + 8y + 9z = 4$$

2738

!!!

OK [0; 0,5; 0]

14. **Řešte soustavu rovnic:**

$$x + y - 2z + u = 1$$

$$2x + 2y - z - u = 2$$

$$3x + y + z + u = 14$$

$$x - y + z - u = 0$$

2739

!!!

OK [3; 2; 2; 3]

15. **Řešte soustavu rovnic:**

$$a - b + c - d + e = 1$$

$$b + c - d + e = 4$$

$$c - d + e = 0$$

$$d + e = 3$$

$$2e = 2$$

2713

!!!

OK [5; 4; 1; 2; 1]

16. **Řešte soustavu rovnic:**

$$x + y - z + u = 11$$

$$x - y + z + u = -4$$

$$x - u = 4$$

$$y + z = 8$$

2723

!!!

OK [-0,25; 3,75; 7,75; 0,25]

17. **Řešte soustavu rovnic:**

$$3x + y - z = 7$$

$$x + 2y - 5z = 15$$

$$3x + 5y + 2z = 9$$

2726

!!!

OK [1; 2; -2]

18. **Řešte soustavu rovnic:**

$$2x + 3y = 12$$

$$3x + 2z = 11$$

$$3y + 4z = 10$$

2736

!!!

OK [3; 2; 1]

19. **Řešte soustavu rovnic:**

$$x + y = 13$$

$$x - z = 5$$

$$y - z = 2$$

2719

!!!

OK [8; 5; 3]

20. **Řešte soustavu rovnic:**

$$3x + 4y + 5z = 0$$

$$3x - 4y + z = 0$$

$$3x + 4y - 3z = 0$$

2728

!!!

OK [0; 0; 0]

21. **Řešte soustavu rovnic:**

$$x + y - z = 0$$

$$3x - 2y + z = 0$$

$$4x - y + 2z = 10$$

2740

!!!

OK [1; 4; 5]

22. **Řešte soustavu rovnic:**

$$x + y + z + u = 10$$

$$x + y - z - u = -4$$

$$x - y - z + u = 0$$

$$-x + y + z + u = 8$$

2722

!!!

OK [4; 1; 2; 3]

23. **Řešte soustavu rovnic:**

$$3x + y - 4z = 12$$

$$x - 2y + z = 12$$

$$x + 5y - 6z = -12$$

2730

!!!

OK Nekonečně mnoho řešení

 **Obsah**

- | | |
|---|---|
|  1. Soustavy rovnic o více než dvou neznámých | 2 |
|  2. Soustavy rovnic o více neznámých - procvičovací příklady | 3 |