

Soustavy lineární a kvadratické rovnice

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na www.jarjurek.cz.

1. Soustava kvadratické a lineární rovnice

Soustava kvadratické a lineární rovnice je soustava dvou rovnic, z nichž jedna rovnice je lineární a druhá rovnice je kvadratická. Takovouto soustavu řešíme zpravidla tak, že z lineární rovnice vyjádříme jednu neznámou a tu pak dosadíme do rovnice kvadratické. Využíváme tedy metodu dosazovací. Po vyřešení získané kvadratické rovnice o jedné neznámé dosadíme získané řešení do výrazu, kde jsme z původní lineární rovnice vyjádřili první neznámou a vypočteme ji. Výsledek zapíšeme tradičně uspořádanou dvojicí.

Ukázkové příklady:

Příklad 1:

Řešte soustavu rovnic:

$$x^2 + y^2 = 74$$

$$3x - 2y = 1$$

Řešení:

$$x^2 + y^2 = 74$$

$$3x - 2y = 1$$

$$x = \frac{1+2y}{3} \quad (1)$$

$$\left(\frac{1+2y}{3}\right)^2 + y^2 = 74$$

$$\frac{(1+2y)^2}{9} + y^2 = 74$$

$$\frac{1+4y+4y^2}{9} + y^2 = 74$$

$$1 + 4y + 4y^2 + 9y^2 = 666$$

$$13y^2 + 4y - 665 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 13 \cdot (-665)}}{13} = \frac{-2 \pm \sqrt{8649}}{13} = \frac{-2 \pm 93}{13}$$

$$y_1 = 7$$

$$y_2 = -95/13$$

Dosadíme do rovnice (1) a vypočteme x:

$$x_1 = \frac{1+2 \cdot 7}{3} = 5$$

$$x_2 = \frac{1+2 \cdot \left(-\frac{95}{13}\right)}{3} = -\frac{59}{13}$$

Závěr:

$$P = \left\{ [5; 7], \left[-\frac{59}{13}; -\frac{95}{13} \right] \right\}$$

Příklad 2:

Řešte soustavu rovnic:

$$x^2 - y^2 = 640$$

$$x : y = 7 : 3$$

Podmínka řešitelnosti je, že $y \neq 0$

Z druhé rovnice vyjádříme x:

$$x = 7y/3 \quad (1)$$

Dosadíme do rovnice první:

$$\left(\frac{7y}{3}\right)^2 - y^2 = 640$$

$$\frac{49y^2}{9} - y^2 = 640$$

$$49y^2 - 9y^2 = 5760$$

$$40y^2 = 5760$$

$$4y^2 = 576$$

$$y^2 = 144$$

$$y_1 = 12$$

$$y_2 = -12$$

Dosadíme do rovnice (1) a dopočteme x:

$$x_1 = 7 \cdot 12 : 3 = 28$$

$$x_2 = 7 \cdot (-12) : 3 = -28$$

Závěr:

$$K = \{[28; 12]; [-28; -12]\}$$



2. Soustavy lineární a kvadratické rovnice - procvičovací příklady

1. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

$$4x^2 - 4x = y^2$$

$$2x + y - 1 = 0$$

OK Soustava nemá řešení.

2693

2. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$3x + 2y = 6$$

OK $[4; -3]; \left[-\frac{16}{13}; \frac{63}{13} \right]$

2691

3. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

2694

$$x + y - 10 = 0$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{5}{12} = 0$$

OK [6; 4]; [4; 6]

4. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

2696

$$4x^2 + 1 = 2xy - y$$

$$2x - y = 1$$

OK $K = \{[0; -1]\}$

5. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

2695

$$5x^2 + y = 3xy$$

$$2x - y = 0$$

OK $K = \{[0; 0], [2; 4]\}$

6. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

2692

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$x + 2y = 0$$

OK $\left[-\frac{4\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{5}}{5} \right]; \left[\frac{4\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{5}}{5} \right]$

7. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

2689

$$x^2 - 6x + 9 = y^2$$

$$x + y = 3$$

OK Soustava má nekonečně mnoho řešení $[x; 3 - x]$

8. **Řešte soustavu rovnic a proveďte zkoušku:**

2690

$$x^2 + 2xy + y^2 = 3x + 5y$$

$$x + y = 3$$

OK $K = \{[3; 0]\}$

 **Obsah**

- | | |
|--|---|
|  1. Soustava kvadratické a lineární rovnice | 2 |
|  2. Soustavy lineární a kvadratické rovnice - procvičovací příklady | 3 |