

Rovnice lineární

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na www.jarjurek.cz.

1. Rovnice

Co je rovnice

Rovnice je matematický zápis rovnosti dvou výrazů.

př.: $2x + 5 = 7x - 3$

Písmeno zapsané v rovnici nazýváme **neznámá**. Pokud určíme hodnotu neznámé, získáváme tzv. **řešení rovnice** nebo též **kořen rovnice**.

Rovnice můžeme mít s jednou neznámou, se dvěma neznámými, s parametrem, s absolutní hodnotou; rovnice mohou být lineární, kvadratické, kubické, exponenciální, logaritmické, apod. Zabývat se budeme i řešením soustav rovnic, což je zápis dvou nebo více rovnic, zpravidla o dvou nebo více neznámých, přičemž všechny rovnice platí současně.

Ekvivalentní úpravy rovnic

1. ekvivalentní úprava

K oběma stranám rovnice můžeme přičíst (resp. odečíst) stejné číslo (stejný výraz).

př.: $2x + 3 = 7 - 3x \quad /+3x$

$$5x + 3 = 7$$

Pozn.: V praxi se nejedná o nic jiného než o poznatek, který nám říká, že při převodu členu obsaženého v součtu nebo v rozdílu z jedné strany rovnice na druhou měníme u tohoto členu znaménko.

2. ekvivalentní úprava

Obě strany rovnice můžeme vynásobit, případně vydělit, stejným číslem (stejným výrazem) různým od nuly.

př.: $8x = 24 \quad /:8$

$$x = 3$$

Pozn.: Pokud se u rovnic vyskytuje neznámá ve jmenovateli, musíme před zahájením řešení stanovit **podmínky řešitelnosti**.

Pozn.: Zatím se budeme zabývat tzv. **lineárními rovnicemi**, což jsou takové rovnice, u nichž se neznámá vyskytuje pouze v první mocnině.

Pozn.: Pokud při řešení rovnice vyjde závěr, kterým je **nepravdivá rovnost** (nerovnost), pak daná **rovnice nemá řešení**. Pokud při řešení rovnice vyjde závěr, kterým je **pravdivá rovnost**, pak daná rovnice má **nekonečně mnoho řešení**; řešením jsou pak všechna reálná čísla, jedná-li se o rovnici bez neznámé ve jmenovateli anebo všechna reálná čísla s výjimkou těch, která odporují podmínce řešitelnosti, jedná-li se o rovnici s neznámou ve jmenovateli.

Řešení jednoduchých rovnic

- ukázkové příklady

Příklad 1:

Řešte rovnici:

$$\frac{t+5}{3} - \frac{t}{2} = \frac{t-2}{3} - \frac{t-3}{2}$$

Řešení:

$$\frac{t+5}{3} - \frac{t}{2} = \frac{t-2}{3} - \frac{t-3}{2} \quad | \cdot 6$$

$$2t + 10 - 3t = 2t - 4 - 3t + 9 \quad | +t$$

$$10 = 5$$

Závěr: Rovnice nemá řešení.

Příklad 2:

Řešte rovnici:

$$v + \frac{3-7v}{5} = \frac{v+3}{5} - \frac{2v-1}{3}$$

Řešení:

$$v + \frac{3-7v}{5} = \frac{v+3}{5} - \frac{2v-1}{3} \quad | \cdot 15$$

$$15v + 9 - 21v = 3v + 9 - 10v + 5 \quad | +7v - 9$$

$$v = 5$$

Příklad 3:

Řešte rovnici:

$$\frac{6+25x}{15} - (x-1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5}$$

Řešení:

$$\frac{6+25x}{15} - (x-1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5} \quad | \cdot 15$$

$$6 + 25x - 15x + 15 = 10x + 21 \quad | -10x - 21$$

$$0 = 0$$

Závěr: Rovnice má nekonečně mnoho řešení, řešením je každé reálné číslo.

Příklad 4:

Řešte rovnici:

$$(5x - 4)^2 - (5 - 3x)^2 = (3 - 4x)^2$$

Řešení:

$$(5x - 4)^2 - (5 - 3x)^2 = (3 - 4x)^2$$

$$25x^2 - 40x + 16 - 25 + 30x - 9x^2 = 9 - 24x + 16x^2 \quad | +24x + 9 - 16x^2$$

$$14x = 18$$

$$x = 9/7$$

Příklad 5:

Řešte rovnici:

$$1 + \frac{x}{1-2x} = \frac{x+3}{2x+1}$$

Řešení:

$$1 + \frac{x}{1-2x} = \frac{x+3}{2x+1} \quad | \cdot (1-2x)(2x+1); x \neq \pm \frac{1}{2}$$

$$-4x^2 + 1 + 2x^2 + x = x - 2x^2 + 3 - 6x$$

$$1 + x = -5x + 3$$

$$6x = 2$$

$$x = 1/3$$



2. Lineární rovnice - jednodušší procvičovací příklady

1. **Řešte rovnici:**

2492

$$\frac{1}{2} \left(3x - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left(4x - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4} (6x - 5) - \frac{2}{3}$$

OK

$$\frac{4}{3}$$

2. **Řešte rovnici:**

2469

$$\frac{x}{2} - \frac{5x+4}{3} = \frac{4x-9}{3}$$

OK

$$\frac{2}{3}$$

3. **Řešte rovnici:**

3001

$$3y + 2 - 2y = 6 + y - 4$$

OK

Každé reálné číslo

4. **Řešte rovnici:**

2471

$$(3x + 10) + 2(x - 4) = \frac{x}{2} + \frac{5}{4}$$

OK

$$-\frac{1}{6}$$

5. **Určete číslo x tak, aby platilo:**

2501

$$9 \cdot x = 108$$

OK

$$12$$

6. **Řešte rovnici:**

2505

$$(x+2)^2 - 6 = 2x^2 - 3x - x(x-3)$$

OK

$$0,5$$

7. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3x+7}{5} - \frac{8-x}{3} = x-1$$

OK: -4

2495

8. **Řešte rovnici:**

$$\frac{1,8-8x}{1,2} - \frac{1,3-3x}{2} = \frac{5x-0,4}{0,3}$$

OK: 0,1

2512

9. **Řešte rovnici:**

$$\frac{5x-1}{6} - \frac{3x+1}{4} = \frac{2x-3}{12}$$

OK: -2

2483

10. **Řešte rovnici:**

$$\frac{2}{6x+1} - \frac{3}{1-6x} = \frac{26x+9}{36x^2-1}$$

OK: 2

2488

11. **Řešte rovnici:**

$$-5x - \frac{2}{5}(3-8x) = 1 - \frac{1}{2}(3x-1)$$

OK: -9

2511

12. **Řešte rovnici:**

$$x + \frac{3-7x}{5} = \frac{x+3}{5} - \frac{2x-1}{3}$$

OK: 5

2472

13. **Řešte rovnici:**

$$2x^2 - 2(x+7)^2 = 2(3x-72,5) - (x+5)^2 + (x-6)^2$$

OK: 3

2484

14. **Řešte rovnici:**

$$(6x-3)(5+4x) = (4x-3)^2 + 8x^2 + 54x - 18$$

OK: -0,5

2497

15. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3-7x}{10} - \frac{7-3x}{5} = -1 - \frac{x+1}{3}$$

OK: -1

2477

16. **Řešte rovnici:**

$$2x-3=15$$

OK: 9

3000

17. Řešte rovnici:

$$\frac{7}{x+3} - \frac{3}{x-3} = \frac{10}{9-x^2}$$

OK 5

2490

18. Řešte rovnici:

$$\frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7}$$

OK 10

2481

19. Řešte rovnici:

$$9x - \frac{3 \cdot (5x-1)}{4} = 5x + \frac{5}{8}$$

OK -0,5

2475

20. Řešte rovnici:

$$(6+4x) \cdot 1,3 + 10,2 = 101,2 - 1,2 \cdot (3x-4)$$

OK 10

2486

21. Řešte rovnici:

$$5(a-1) = -50$$

OK -9

3004

22. Řešte rovnici:

$$(1-2x)^2 = (4x-1)(2+x) - \frac{5}{2}$$

OK 0,5

2473

23. Řešte rovnici:

$$14 - 4b + 2b = 10 - 2b$$

OK Nemá řešení

3003

24. Řešte rovnici:

$$\frac{x+3}{2} - x = 7 + \frac{x-4}{3}$$

OK -5

2496

25. Řešte rovnici:

$$\frac{2}{5}(2x-1) - (1+3x) \cdot \frac{1}{10} = \frac{3x}{2} - 3,5$$

OK 3

2485

26. Řešte rovnici:

$$\frac{x+3}{4} - \frac{x-5}{3} = 2$$

OK 5

2474

27. **Řešte rovnici:**

$$10z - 2 \cdot (4z - 8) + 1,6 = 4z + 20$$

OK: -1,2

2487

28. **Řešte rovnici:**

$$\frac{6(x-1)}{5} - \frac{3(1-2x)}{2} = 0,3(14x-9)$$

OK: Všetchna reálná čísla

2513

29. **Řešte rovnici:**

$$26 - 4x = 12x - 7 \cdot (x + 4)$$

OK: 6

2482

30. **Řešte rovnici:**

$$4 - \frac{7-3x}{5} = 3 - \frac{3-7x}{10} - \frac{x+1}{3}$$

OK: -1

2470

31. **Řešte rovnici:**

$$\frac{4y+3}{3} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{5(1-y)}{6}$$

OK: -1

2503

32. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{x^2-9}$$

OK: -2,5

2498

33. **Řešte rovnici:**

$$13 - 6(u-2) = -11$$

OK: 6

3006

34. **Vypočítej neznámou x:**

$$5 \cdot x + 4 = 24$$

OK: 4

2499

35. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x+3}{4} - \frac{2x-3}{8} = \frac{3}{x+3}$$

OK: $-\frac{1}{3}$

2509

36. **Řešte rovnici:**

$$6(4y-1) - 8(3y+2) = -22$$

OK: Každé reálné číslo

3007

37. **Řešte rovnici:**

$$(x+2)^2 = 2x^2 - 3x + 6 - x(x-3)$$

OK 0,5

2479

38. **Řešte rovnici:**

$$(x+4)^2 = x^2 + 16$$

OK 0

2514

39. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3-x}{2} + x = \frac{1-2x}{3}$$

OK -1

2508

40. **Řešte rovnici:**

$$\frac{z-2}{3} - \frac{z+4}{5} = -1$$

OK 3,5

3010

41. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 1,5$$

OK 6

3008

42. **Řešte rovnici:**

$$(x-2)^2 = (x+1)(x-4) - \frac{3x-6}{2}$$

OK -10

2476

43. **Řešte rovnici:**

$$2\left(x - \frac{x-12}{8}\right) = 7x+3$$

OK 0

2507

44. **Řešte rovnici:**

$$1 + \frac{x+1}{3} = \frac{x+2}{2}$$

OK 2

2478

45. **Řešte rovnici:**

$$\frac{y}{3,5} = -4$$

OK -14

3009

46. **Řešte rovnici:**

$$3(x+5) = 4(x+4) - 4x$$

OK 1/3

3005

3. Lineární rovnice - složitější procvičovací příklady

1. Řešte rovnici:

2535

$$\frac{5}{x+1} - 7 = \frac{10-7x}{x-1}$$

OK 4

2. Řešte rovnici:

2534

$$\frac{3x-1}{3} - (x-1) = \frac{3x-2}{6} - \frac{x}{2}$$

OK Nemá řešení

3. Řešte rovnici:

2519

$$3x + \frac{1-\frac{x}{2}}{3} - \frac{2-\frac{x}{4}}{4} - 23 = 0$$

OK 8

4. Řešte rovnici:

2517

$$\frac{1}{3} [(x+5)(x+2) - (x-5)^2] = 4x-3$$

OK 1,2

5. Řešte rovnici:

2527

$$\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-x} + \frac{x^2-2}{x^2-1} = 1$$

OK Nemá smysl

6. Řešte rovnici:

2532

$$\frac{3-x}{2} - \left(\frac{7-x}{3} - \frac{x+3}{4} \right) + \frac{7-x}{6} - \frac{9+7x}{8} + x = 0$$

OK 1

7. Řešte rovnici:

2524

$$\frac{x}{x^2-x-12} + 2 + \frac{11+3x}{x+3} = \frac{5x}{x-4}$$

OK -4

8. Řešte rovnici:

2530

$$\frac{x-1}{3-12} = \frac{x-1}{21-4}$$

$$\frac{x+1}{4+6} = \frac{x-1}{28-6}$$

OK 14

9. **Řešte rovnici:**

$$\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{3x}{1-x} = 3 + \frac{17}{x^2-1}$$

OK 3

10. **Řešte rovnici:**

$$(6y-1)^2 - (3y+3)^2 - 2 \cdot (y^2-1) = (5y-2)^2$$

OK -1

11. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3+2x}{2} - \left(\frac{7}{6} - \frac{12x-1}{3} \right) = 5x$$

OK Nekonečně mnoho řešení

12. **Řešte rovnici:**

$$\frac{\frac{z}{2} - 2}{z-1} + \frac{\frac{z}{2} + 2}{z+1} = 1$$

OK Nemá řešení

13. **Řešte rovnici:**

$$(z-3) \cdot (z+2) - (z+2) \cdot (z-4) = 7$$

OK 5

14. **Řešte rovnici:**

$$\frac{1}{m-3} - \frac{1}{m+2} = \frac{5}{m^2+6}$$

OK -12

15. **Řešte rovnici:**

$$(2x-1)^2 - (x-1)^3 = 10x^2 - (x+1)^3 - 1$$

OK 1

16. **Řešte rovnici:**

$$\frac{5}{2y-3} + \frac{3y+8}{4y-6} = 1 - \frac{1}{6} - \frac{6y-2}{10y-15}$$

OK -33

17. **Řešte rovnici:**

$$\frac{96}{x^2-16} = \frac{2-\frac{1}{x}}{1+\frac{4}{x}} - \frac{3-\frac{1}{x}}{\frac{4}{x}-1} - 5$$

OK 8

18. **Řešte rovnici:**

2526

$$\frac{3x}{x-2} + \frac{1}{2-x} + 1 = \frac{3x+3}{x-2} + \frac{4}{2-x}$$

OK Nemá řešení

19. **Řešte rovnici:**

2528

$$\frac{2}{1-x^2} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1-x}$$

OK $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ 20. **Řešte rovnici:**

2522

$$\frac{(x+1)^3}{x^3} - \frac{(x+1)^2}{x^2} = \frac{1}{x}$$

OK -0,5




21. **Řešte rovnici:**

2520

$$x - \frac{1 - \frac{3x}{2}}{4} - \frac{2 - \frac{x}{4}}{3} = 2$$

OK 2

 **Obsah**

 1. Rovnice	2
 2. Lineární rovnice - jednodušší procvičovací příklady	4
 3. Lineární rovnice - složitější procvičovací příklady	9