Variace

1

Nerovnice s absolutní hodnotou

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

1. Nerovnice s absolutní hodnotou

Postup řešení nerovnic s absolutní hodnotou je vlastně jakousi kombinací postupu řešení rovnic s absolutní hodnotou a řešení nerovnic.

Ukázkové příklady:

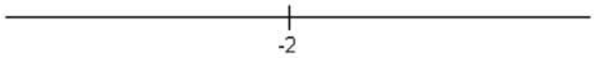
Příklad 1:

Řešte v oboru reálných čísel nerovnici $|x+2| < 8$

Řešení:

1. Stanovíme nulové body; v tomto případě jím je číslo (-2)

2. Nulové body znázorníme na číselné ose



3. Řešíme nerovnici pro případ, že $x \in (-\infty; -2)$; v tomto případě je vnitřek absolutní hodnoty záporný, proto ji změníme na závorku a u všech členů v této závorce změníme znaménko:

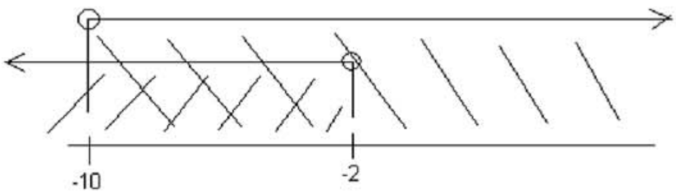
$$(-x - 2) < 8$$

$$-x - 2 < 8$$

$$-x < 10$$

$$x > -10$$

Řešili jsme ale za předpokladu výše uvedeného intervalu, proto musíme udělat průnik obou intervalů:



Řešením této části je tedy otevřený interval (-10; -2) (1)

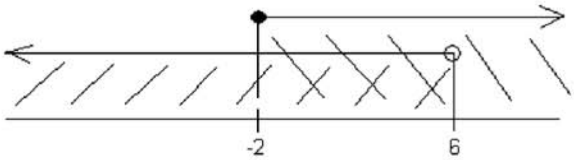
4. Řešíme nerovnici pro případ, že $x \in \langle -2; +\infty)$; v tomto případě je vnitřek absolutní hodnoty kladný, proto ji změníme na závorku a u všech členů v této závorce nezměníme znaménko:

$$(x + 2) < 8$$

$$x + 2 < 8$$

$$x < 6$$

Řešili jsme ale za předpokladu výše uvedeného intervalu, proto musíme udělat průnik obou intervalů:



Řešením této části je tedy zleva uzavřený interval <-2; 6) (2)

5. Nyní uděláme sjednocení výsledků (1) a (2), protože nerovnice má řešení, pokud platí kterýkoliv z nich:

Celkovým řešením je tedy K = (-10; 6).

Příklad 2:

Řešte v oboru reálných čísel nerovnici $|x - 1| + x < 2$

Řešení:

Nulovým bodem je číslo 1.

1. $x \in (-\infty; 1)$

$(-x + 1) + x < 2$

$-x + 1 + x < 2$

$0x < 1$

$0 < 1$ ... platí vždy

Celkovým řešením první části je tedy $K_1 = (-\infty\ ; 1)$ (1)

2. $x \in \langle 1;\ +\infty)$

$(x - 1) + x < 2$

$x - 1 + x < 2$

$2x < 3$

$x < 1{,}5$

Celkovým řešením druhé části je tedy $K_2 = \langle 1; 1{,}5)$ (2)

3. Provedeme sjednocení výsledků (1) a (2):

Celkovým řešením je tedy $K = (-\infty; 1{,}5)$

Příklad 3:

Řešte v oboru reálných čísel nerovnici:

$$\frac{1}{|2x-3|} \geq 5$$

Řešení:

Nulovým bodem je číslo 1,5

1. $x \in (-\infty; 1{,}5)$

$$\frac{1}{-2x+3} \geq 5$$

$$\frac{1}{-2x+3} - 5 \geq 0$$

$$\frac{1-5.(-2x+3)}{-2x+3} \geq 0$$

$$\frac{1+10x-15}{-2x+3} \geq 0$$

$$\frac{10x-14}{-2x+3} \geq 0$$

Celou nerovnici můžeme vykrátit dvěma; jedná se o kladné číslo, proto znak nerovnice se nezmění.

$$\frac{5x-7}{3-2x} \geq 0$$

$a)\ 5x-7 \geq 0 \wedge 3-2x > 0$

$x \geq \frac{7}{5} \wedge x < \frac{3}{2}$

$x \in <\frac{7}{5}; \frac{3}{2})$

$b)\ 5x-7 \leq 0 \wedge 3-2x < 0$

$x \leq \frac{7}{5} \wedge x > \frac{3}{2}$

$x \in \{\}$

Celkovým řešením částí a), b) je x ∈ <7/5; 3/2); je to ale za předpokladu, že platí interval x ∈ (-∞; 1,5), proto musíme provést průnik: Tím je **K_1 = <7/5; 3/2)**

2. x ∈ (1,5; +∞)

$$\frac{1}{2x-3} \geq 5$$

$$\frac{1}{2x-3} - 5 \geq 0$$

$$\frac{1-5.(2x-3)}{2x-3} \geq 0$$

$$\frac{1-10x+15}{2x-3} \geq 0$$

$$\frac{16-10x}{2x-3} \geq 0$$

Celou nerovnici můžeme vykrátit dvěma; jedná se o kladné číslo, proto znak nerovnice se nezmění.

$$\frac{8-5x}{2x-3} \geq 0$$

$$a)\ 8-5x \geq 0 \wedge 2x-3>0$$

$$x \leq \frac{8}{5} \wedge x > \frac{3}{2}$$

$$x \in (\frac{3}{2};\frac{8}{5}>$$

$$b)\ 8-5x \leq 0 \wedge 2x-3<0$$

$$x \geq \frac{8}{5} \wedge x < \frac{3}{2}$$

$$x \in \{\ \}$$

Celkovým řešením částí a), b) je x ∈ (3/2; 8/5> ; je to ale za předpokladu, že platí interval x ∈ (1,5; +∞) , proto musíme provést průnik: Tím je $\mathbf{K_2}$ **= (3/2; 8/5>**

3. Celkovým řešením je tedy sjednocení K_1 a K_2, což je

$$K = <\frac{7}{5};\frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2};\frac{8}{5}>$$

2. Nerovnice s absolutní hodnotou - procvičovací příklady

1. **Řešte v oboru reálných čísel nerovnost x > |x + 1|** 1939

OK K = { }

2. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1944
|3x - 2| - 5 ≤ x + 1

OK Řešením je interval < -1;4 >.

3. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1947
|u + 2,15| < -1

OK K = { }

4. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1942
|3x - 2| < 5 + |x + 1|

OK Řešením je interval (-1; 4).

5. **Řešte v oboru reálných čísel nerovnost x < |x + 1|** 1940

OK K = R

6. **Řešte v oboru reálných čísel nerovnost |x - 4| ≤ 3** 1937

OK $x \in <1;7>$

7. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1945
2.|1 - 2x| < 3x + 1

OK Řešením je interval (1/7; 3).

8. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1946
|r - 2,5| ≤ 0

OK K = {2,5}

9. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1943
|2x + 1| - |3 - x| < x

OK Řešením je interval (-2; 1).

10. **Řešte v oboru reálných čísel nerovnost |x - 3| > 5** 1938

OK x ∈ (-∞; -2) ∪ (8; +∞)

11. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1950
$6 + |x + 1| < 3x - 3$

OK Řešením nerovnice je interval $(5; +\infty)$.

12. **Řešte v oboru reálných čísel nerovnost $2x > |x + 1|$** 1941

OK $x \in (1; +\infty)$

13. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1948
$|u + 2{,}15| < -1$

OK K = { }

14. **V oboru reálných čísel řešte nerovnici:** 1949
$|v - 3{,}14| \geq -2$

OK K = R

15. **Řešte v oboru reálných čísel rovnici:** 1936

$$\left|\frac{2x}{1+x^2}\right| \leq 1$$

OK K = R

Obsah

1. Nerovnice s absolutní hodnotou 2
2. Nerovnice s absolutní hodnotou - procvičovací příklady 5