

# Logaritmické rovnice

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na [www.jarjurek.cz](http://www.jarjurek.cz).

## 1. Logaritmické rovnice

Logaritmická rovnice je taková rovnice, v níž se vyskytují logaritmy výrazů s neznámou  $x$ , přičemž  $x$  patří do množiny reálných čísel.

Základní logaritmickou rovnicí je rovnice typu

$$\log_a x = b$$

$$a > 0, a \neq 1$$

Tato rovnice má pro libovolné  $b$  jediné řešení tvaru

$$x = a^b$$

Logaritmické rovnice složitějších typů se nejprve upraví na tvar

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

kde  $a > 0, a \neq 1$ , přičemž  $f(x)$  a  $g(x)$  nabývají kladných hodnot. K úpravám využijeme věty o logaritmování. Za těchto předpokladů pak platí:

$$f(x) = g(x)$$

a dále řešíme rovnici bez logaritmů (protože jsme provedli odlogaritmování rovnice).

### **Příklad 1:**

Řešte rovnici:

$$\log_2 (x - 3) = 4$$

### **Řešení:**

$$f(x) = x - 3$$

$$g(x) = 16$$

Předpokládáme, že  $x - 3 > 0$ , z čehož vyplývá, že  $x > 3$

Zlogaritmováním pravé strany rovnice dostaneme  $4 = \log_2 16$

Potom platí:  $\log_2 (x - 3) = \log_2 16$

$$x - 3 = 16$$

$$x = 19$$

### **Příklad 2:**

Řešte logaritmickou rovnici  $\log x^3 - \log x^4 + \log x^5 = 8$

### **Řešení:**

$$\log x^3 - \log x^4 + \log x^5 = 8$$

$$3 \log x - 4 \log x + 5 \log x = 8$$

$$4 \log x = 8$$

$$\log x = 2$$

$$x = 100$$

### **Příklad 3:**

$$\log x^3 + \frac{1}{2} \log x^2 + 7 \log x^4 + 64 = 0$$

**Řešení:**

$$\log x^3 + \frac{1}{2} \log x^2 + 7 \log x^4 + 64 = 0$$

$$3 \log x + 0,5 \cdot 2 \cdot \log x + 7 \cdot 4 \cdot \log x + 64 = 0$$

$$3 \log x + \log x + 28 \log x + 64 = 0$$

$$32 \log x = -64$$

$$\log x = -2$$

$$x = 0,01$$

**Příklad 4:**

$$3 \log x + \log x^4 - \log \sqrt[3]{x} = 5$$

**Řešení:**

$$3 \log x + \log x^4 - \log \sqrt[3]{x} = 5$$

$$3 \log x + 4 \log x - (1/3) \log x = 5$$

$$(20/3) \log x = 5$$

$$\log x = 0,75$$

$$x = \sqrt[4]{1000}$$

Při řešení logaritmických rovnic můžeme s výhodou využít i následující vzorec:

$$\log_b a = \frac{\log_z a}{\log_z b}$$

Tento vzorec se hodí zejména tehdy, pokud potřebujeme převést logaritmy o různých základech na logaritmy o téže základu.



## 2. Logaritmické rovnice - procvičovací úlohy

1. **Řešte rovnici:**  
 $\log(4x + 6) - \log(2x - 1) = 1$

2540

OK 1

2. **Řešte rovnici:**  
 $\frac{\log(x^2 + 7)}{\log(x + 7)} = 2$

2548

OK -3

3. **Řešte rovnici:**  
 $\frac{2 + \log x}{\log x} - \frac{1}{2 - \log x} = 1$

2538

OK  $10.\sqrt[3]{10}$

4. **V R řešte rovnici:**

$$\frac{\log(2x+10)}{2} = \log(x+1)$$

OK  $x = 3$ 

2558

5. **V R řešte rovnici:**

$$\frac{\log(x^2+5)}{2 \log(3-x)} = 1$$

OK  $x = \frac{2}{3}$ 

2556

6. **Řešte rovnici:**

$$\log \sqrt{x+4} - \log \sqrt{x-4} = \log 12 - \log 4$$

OK 5

2549

7. **V R řešte rovnici:**

$$\frac{5 \log x + 3}{3 \log x - 4} = \frac{\log x + 5}{3 \log x - 4} - 2$$

OK 10

2552

8. **V R řešte rovnici:**

$$\frac{1}{2} \cdot \log(2x-3) = \log(x-3)$$

OK  $x = 6$ 

2559

9. **Řešte rovnici:**

$$\log \frac{1+x}{1-x} = 2$$

OK 99/101

2539

10. **Řešte rovnici:**

$$\log \frac{2(3x-1)}{x-2} = 1$$

OK 4,5

2546

11. **Řešte rovnici:**

$$1 + \log x^3 = \frac{10}{\log x}$$

OK  $x_1 = 0,01$   
 $x_2 = 10 \cdot \sqrt[3]{100}$ 

2551

12. **V R řešte rovnici:**

$$\frac{\log x - \frac{1}{4}}{1 - \log x} = \frac{1}{2}$$

OK  $x = \sqrt{10}$

2555

13. **Řešte rovnici:**

$$\log \sqrt{x+1} + \log \sqrt{x-1} = 2 - \log 2$$

OK  $x = \sqrt{2501}$

2550

14. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3}{5} \log \sqrt[3]{x^4} - \frac{5}{2} \log \frac{1}{x} = 11$$

OK  $x = \sqrt[33]{10^{110}} = 10^3 \cdot \sqrt[33]{10^{11}}$

2536

15. **V R řešte rovnici:**

$$\log x + \frac{3}{\log x} = 4$$

OK  $x_1 = 10; x_2 = 1000$

2557

16. **Řešte rovnici:**

$$\log(2x + 9) - 2 \cdot \log x + \log(x - 4) = 2 - \log 50$$

OK 36

2544

17. **Řešte rovnici:**

$$\frac{\log x}{1 - \log 2} = 2$$

OK 25

2547

18. **Řešte rovnici:**

$$\log(x^2 - 1) - \log(x + 1) = 2$$

OK 101

2545

19. **V R řešte rovnici:**

$$\log_4 \log_3 \log_2 x = \frac{1}{2}$$

OK 512

2554

20. **V R řešte rovnici:**

$$\frac{1}{4 \log x + 7} + 1 = \frac{36 - 2 \log x}{8 \log x + 14}$$

OK 100

2553

21. **Řešte rovnici:**

2537

$$\frac{1}{2} \cdot \log \frac{x^7}{100} + \log \frac{100}{x^2} - \log x = 0$$

OK 0,01

22. **Řešte rovnici:**

2542

$$\log(x + 1) + \log(x - 1) - \log x = \log(x + 2)$$

OK Nemá řešení

23. **Řešte rovnici:**

2541

$$\log(x + 3) - \log 5 = \log(x - 3) - \log 2$$

OK 7

24. **V R řešte rovnici:**

2560

$$5^{\log x} + 5^{\log x - 1} = 3^{\log x + 1} + 3^{\log x - 1}$$

OK 100

25. **Řešte rovnici:**

2543

$$2 + \log 5x = \log(6x + 7) + \log 25$$

OK 0,5

 **Obsah**

 1. Logaritmické rovnice	2
 2. Logaritmické rovnice - procvičovací úlohy	3