

Lineární rovnice

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na www.jarjurek.cz.

1. Rovnice

Co je rovnice

Rovnice je matematický zápis rovnosti dvou výrazů.

$$\text{př.: } 2x + 5 = 7x - 3$$

Písmeno zapsané v rovnici nazýváme **neznámá**. Pokud určíme hodnotu neznámé, získáváme tzv. **řešení rovnice** nebo též **kořen rovnice**.

Rovnice můžeme mít s jednou neznámou, se dvěma neznámými, s parametrem, s absolutní hodnotou; rovnice mohou být lineární, kvadratické, kubické, exponenciální, logaritmické, apod. Zabývat se budeme i řešením soustav rovnic, což je zápis dvou nebo více rovnic, zpravidla o dvou nebo více neznámých, přičemž všechny rovnice platí současně.

Ekvivalentní úpravy rovnic

1. ekvivalentní úprava

K oběma stranám rovnice můžeme přičíst (resp. odečíst) stejné číslo (stejný výraz).

$$\text{př.: } 2x + 3 = 7 - 3x \quad /+3x$$

$$5x + 3 = 7$$

Pozn.: V praxi se nejedná o nic jiného než o poznatek, který nám říká, že při převodu členu obsaženého v součtu nebo v rozdílu z jedné strany rovnice na druhou měníme u tohoto členu znaménko.

2. ekvivalentní úprava

Obě strany rovnice můžeme vynásobit, případně vydělit, stejným číslem (stejným výrazem) různým od nuly.

$$\text{př.: } 8x = 24 \quad /:8$$

$$x = 3$$

Pozn.: Pokud se u rovnic vyskytuje neznámá ve jmenovateli, musíme před zahájením řešení stanovit **podmínky řešitelnosti**.

Pozn.: Zatím se budeme zabývat tzv. **lineárními rovnicemi**, což jsou takové rovnice, u nichž se neznámá vyskytuje pouze v první mocnině.

Pozn.: Pokud při řešení rovnice vyjde závěr, kterým je **nepravdivá rovnost** (nerovnost), pak daná **rovnice nemá řešení**. Pokud při řešení rovnice vyjde závěr, kterým je **pravdivá rovnost**, pak daná rovnice má **nekonečně mnoho řešení**; řešením jsou pak všechna reálná čísla, jedná-li se o rovnici bez neznámé ve jmenovateli anebo všechna reálná čísla s výjimkou těch, která odporují podmínce řešitelnosti, jedná-li se o rovnici s neznámou ve jmenovateli.

Řešení jednoduchých rovnic

- ukázkové příklady

Příklad 1:

Řešte rovnici:

$$\frac{t+5}{3} - \frac{t}{2} = \frac{t-2}{3} - \frac{t-3}{2}$$

Řešení:

$$\frac{t+5}{3} - \frac{t}{2} = \frac{t-2}{3} - \frac{t-3}{2} \quad | \cdot 6$$

$$2t + 10 - 3t = 2t - 4 - 3t + 9 \quad | +t$$

$$10 = 5$$

Závěr: Rovnice nemá řešení.

Příklad 2:

Řešte rovnici:

$$v + \frac{3-7v}{5} = \frac{v+3}{5} - \frac{2v-1}{3}$$

Řešení:

$$v + \frac{3-7v}{5} = \frac{v+3}{5} - \frac{2v-1}{3} \quad | \cdot 15$$

$$15v + 9 - 21v = 3v + 9 - 10v + 5 \quad | +7v - 9$$

$$v = 5$$

Příklad 3:

Řešte rovnici:

$$\frac{6+25x}{15} - (x-1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5}$$

Řešení:

$$\frac{6+25x}{15} - (x-1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5} \quad | \cdot 15$$

$$6 + 25x - 15x + 15 = 10x + 21 \quad | -10x - 21$$

$$0 = 0$$

Závěr: Rovnice má nekonečně mnoho řešení, řešením je každé reálné číslo.

Příklad 4:

Řešte rovnici:

$$(5x - 4)^2 - (5 - 3x)^2 = (3 - 4x)^2$$

Řešení:

$$(5x - 4)^2 - (5 - 3x)^2 = (3 - 4x)^2$$

$$25x^2 - 40x + 16 - 25 + 30x - 9x^2 = 9 - 24x + 16x^2 \quad | +24x + 9 - 16x^2$$

$$14x = 18$$

$$x = 9/7$$

Příklad 5:

Řešte rovnici:

$$1 + \frac{x}{1-2x} = \frac{x+3}{2x+1}$$

Řešení:

$$1 + \frac{x}{1-2x} = \frac{x+3}{2x+1} \quad | \cdot (1-2x)(2x+1); x \neq \pm \frac{1}{2}$$

$$-4x^2 + 1 + 2x^2 + x = x - 2x^2 + 3 - 6x$$

$$1 + x = -5x + 3$$

$$6x = 2$$

$$x = 1/3$$



2. Lineární rovnice - jednoduché procvičovací příklady

1. **Vypočítej neznámou x:**

$$5 \cdot x + 4 = 24$$

OK 4

2. **Řešte rovnici:**

$$26 - 4x = 12x - 7 \cdot (x + 4)$$

OK 6

3. **Řešte rovnici:**

$$(6x - 3) \cdot (5 + 4x) = (4x - 3)^2 + 8x^2 + 54x - 18$$

OK -0,5

4. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 1,5$$

OK 6

5. **Řešte rovnici:**

$$1 + \frac{x+1}{3} = \frac{x+2}{2}$$

OK 2

6. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3x+7}{5} - \frac{8-x}{3} = x-1$$

OK -4

7. **Řešte rovnici:**

$$9x - \frac{3 \cdot (5x-1)}{4} = 5x + \frac{5}{8}$$

OK -0,5

8. **Řešte rovnici:**

$$\frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7}$$

OK 10

2481

9. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x+3}{4} - \frac{x-5}{3} = 2$$

OK 5

2474

10. **Řešte rovnici:**

$$1 - \frac{3-x}{4} = \frac{2x-5}{6}$$

OK 13

2493

11. **Řešte rovnici:**

$$\frac{2}{6x+1} - \frac{3}{1-6x} = \frac{26x+9}{36x^2-1}$$

OK 2

2488

12. **Řešte rovnici:**

$$4 - \frac{7-3x}{5} = 3 - \frac{3-7x}{10} - \frac{x+1}{3}$$

OK -1

2470

13. **Řešte rovnici:**

$$(x-3)^2 = (x+1)(x-6) - \frac{9x+5}{2}$$

OK -5

2510

14. **Řešte rovnici:**

$$(6+4x) \cdot 1,3 + 10,2 = 101,2 - 1,2 \cdot (3x-4)$$

OK 10

2486

15. **Řešte rovnici:**

$$(1-2x)^2 = (4x-1)(2+x) - \frac{5}{2}$$

OK 0,5

2473

16. **Řešte rovnici:**

$$10z - 2 \cdot (4z - 8) + 1,6 = 4z + 20$$

OK -1,2

2487

17. **Určete číslo x tak, aby platilo:**

$$x + 53 = 64$$

OK 11

2500

18. Řešte rovnici:

$$\frac{2}{5}(2x-1) - (1+3x) \cdot \frac{1}{10} = \frac{3x}{2} - 3,5$$

OK 3

2485

19. Řešte rovnici:

$$\frac{4y+3}{3} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{5(1-y)}{6}$$

OK -1

2503

20. Řešte rovnici:

$$\frac{3-x}{2} + x = \frac{1-2x}{3}$$

OK -1

2508

21. Řešte rovnici:

$$6 - 7a = -4,5$$

OK 1,5

3002

22. Řešte rovnici:

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}x + \frac{1}{3}x = \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{2}{5}x + \frac{1}{15}$$

OK 1

2480

23. Řešte rovnici:

$$(3x+10) + 2(x-4) = \frac{x}{2} + \frac{5}{4}$$

OK $-\frac{1}{6}$

2471

24. Řešte rovnici:

$$5(a-1) = -50$$

OK -9

3004

25. Řešte rovnici:

$$(3x-8)^2 - (9-5x)^2 - 6 = 4 \cdot (5x-1) - (5-4x)^2$$

OK $\frac{1}{3}$

2489

26. Řešte rovnici:

$$3y + 2 - 2y = 6 + y - 4$$

OK Každé reálné číslo

3001

27. Řešte rovnici:

$$14 - 4b + 2b = 10 - 2b$$

OK Nemá řešení

3003

28. **Řešte rovnici:**

$$2x^2 - 2(x+7)^2 = 2(3x-72,5) - (x+5)^2 + (x-6)^2$$

OK 3

2484

29. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x+3}{4} - \frac{3}{x+3} = \frac{2x-3}{8}$$

OK $-\frac{1}{3}$

2504

30. **Řešte rovnici:**

$$13 - 6(u-2) = -11$$

OK 6

3006

31. **Řešte rovnici:**

$$(x-2)^2 = (x+1)(x-4) - \frac{3x-6}{2}$$

OK -10

2476

32. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3-7x}{10} - \frac{7-3x}{5} = -1 - \frac{x+1}{3}$$

OK -1

2477

33. **Řešte rovnici:**

$$7x^2 + (x-2)^2 + (3+x)^2 = (3x+2)^2 + 4$$

OK 0,5

2506

34. **Řešte rovnici:**

$$3(x+5) = 4(x+4) - 4x$$

OK $\frac{1}{3}$

3005

35. **Řešte rovnici:**

$$-5x - \frac{2}{5}(3-8x) = 1 - \frac{1}{2}(3x-1)$$

OK -9

2511

36. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x+3}{2} - x = 7 + \frac{x-4}{3}$$

OK -5

2496

37. **Řešte rovnici:**

$$(x+4)^2 = x^2 + 16$$

OK 0

2514

38. **Řešte rovnici:**
 $7x + 13 = 104$

2494

OK 13

39. **Řešte rovnici:**
 $2\left(x - \frac{x-12}{8}\right) = 7x + 3$

2507

OK 0

40. **Určete číslo x tak, aby platilo:**
 $9 \cdot x = 108$

2501

OK 12

41. **Řešte rovnici:**
 $\frac{1,8 - 8x}{1,2} - \frac{1,3 - 3x}{2} = \frac{5x - 0,4}{0,3}$

2512

OK 0,1

42. **Řešte rovnici:**
 $\frac{8x-1}{5} - \frac{3-2x}{4} = 2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$

2491

OK -0,5

43. **Řešte rovnici:**
 $\frac{5x-1}{6} - \frac{3x+1}{4} = \frac{2x-3}{12}$

2483

OK -2

44. **Řešte rovnici:**
 $\frac{y}{3,5} = -4$

3009

OK -14

45. **Řešte rovnici:**
 $\frac{z-2}{3} - \frac{z+4}{5} = -1$

3010

OK 3,5

46. **Řešte rovnici:**
 $\frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{x^2-9}$

2498

OK -2,5

47. **Řešte rovnici:**
 $\frac{x+3}{4} - \frac{2x-3}{8} = \frac{3}{x+3}$

2509

OK $-\frac{1}{3}$

48. **Řešte rovnici:**

$$(x+2)^2 - 6 = 2x^2 - 3x - x(x-3)$$

OK 0,5

49. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x}{2} - \frac{5x+4}{3} = \frac{4x-9}{3}$$

OK $\frac{2}{3}$ 50. **Řešte rovnici:**

$$2x - 3 = 15$$

OK 9

51. **Řešte rovnici:**

$$\frac{7}{x+3} - \frac{3}{x-3} = \frac{10}{9-x^2}$$

OK 5

52. **Řešte rovnici:**

$$x + \frac{3-7x}{5} = \frac{x+3}{5} - \frac{2x-1}{3}$$

OK 5

53. **Řešte rovnici:**

$$\frac{1}{2}\left(3x - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(4x - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4}(6x-5) - \frac{2}{3}$$

OK $\frac{4}{3}$ 54. **Řešte rovnici:**

$$\frac{6(x-1)}{5} - \frac{3(1-2x)}{2} = 0,3(14x-9)$$

OK Všechna reálná čísla

55. **Řešte rovnici:**

$$(x+2)^2 = 2x^2 - 3x + 6 - x(x-3)$$

OK 0,5

56. **Určete číslo x tak, aby platilo:**

$$x - 49 = 38$$

OK 87

57. **Řešte rovnici:**

$$6(4y-1) - 8(3y+2) = -22$$

OK Každé reálné číslo

3. Lineární rovnice - složitější procvičovací příklady

1. **Řešte rovnici:**

2531

$$\frac{\frac{z}{2} - 2}{z - 1} + \frac{\frac{z}{2} + 2}{z + 1} = 1$$

OK Nemá řešení

2. **Řešte rovnici:**

2522

$$\frac{(x+1)^3}{x^3} - \frac{(x+1)^2}{x^2} = \frac{1}{x}$$

OK -0,5

3. **Řešte rovnici:**

2529

$$\frac{5}{2y-3} + \frac{3y+8}{4y-6} = 1 - \frac{1}{6} - \frac{6y-2}{10y-15}$$

OK -33

4. **Řešte rovnici:**

2518

$$(2x-1)^2 - (x-1)^3 = 10x^2 - (x+1)^3 - 1$$

OK 1

5. **Řešte rovnici:**

2525

$$\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{3x}{1-x} = 3 + \frac{17}{x^2-1}$$

OK 3

6. **Řešte rovnici:**

2521

$$\frac{96}{x^2-16} = \frac{2-\frac{1}{x}}{1+\frac{4}{x}} - \frac{3-\frac{1}{x}}{\frac{4}{x}-1} - 5$$

OK 8

7. **Řešte rovnici:**

2534

$$\frac{3x-1}{3} - (x-1) = \frac{3x-2}{6} - \frac{x}{2}$$

OK Nemá řešení

8. **Řešte rovnici:**

2519

$$3x + \frac{1-\frac{x}{2}}{3} - \frac{2-\frac{x}{4}}{4} - 23 = 0$$

OK 8

9. Řešte rovnici:

$$\frac{1}{m-3} - \frac{1}{m+2} = \frac{5}{m^2+6}$$

OK -12

2523

10. Řešte rovnici:

$$\frac{3-x}{2} - \left(\frac{7-x}{3} - \frac{x+3}{4} \right) + \frac{7-x}{6} - \frac{9+7x}{8} + x = 0$$

OK 1

2532

11. Řešte rovnici:

$$\frac{2}{1-x^2} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1-x}$$

OK $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

2528

12. Řešte rovnici:

$$(z-3) \cdot (z+2) - (z+2) \cdot (z-4) = 7$$

OK 5

2516

13. Řešte rovnici:

$$x - \frac{1 - \frac{3x}{2}}{4} - \frac{2 - \frac{x}{4}}{3} = 2$$

OK 2

2520

14. Řešte rovnici:

$$\frac{3+2x}{2} - \left(\frac{7}{6} - \frac{12x-1}{3} \right) = 5x$$

OK Nekonečně mnoho řešení

2533

15. Řešte rovnici:

$$\frac{x-1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{x-1}{21} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{4} + \frac{1}{6} = \frac{x}{28} - \frac{1}{6}$$

OK 14

2530

16. Řešte rovnici:

$$\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-x} + \frac{x^2-2}{x^2-1} = 1$$

OK Nemá smysl

2527

17. Řešte rovnici:

$$(6y-1)^2 - (3y+3)^2 - 2 \cdot (y^2-1) = (5y-2)^2$$

OK -1

2515

18. **Řešte rovnici:**

2524

$$\frac{x}{x^2 - x - 12} + 2 + \frac{11 + 3x}{x + 3} = \frac{5x}{x - 4}$$

OK -4

19. **Řešte rovnici:**

2517

$$\frac{1}{3} [(x + 5)(x + 2) - (x - 5)^2] = 4x - 3$$

OK 1,2

20. **Řešte rovnici:**

2526

$$\frac{3x}{x - 2} + \frac{1}{2 - x} + 1 = \frac{3x + 3}{x - 2} + \frac{4}{2 - x}$$

OK Nemá řešení




21. **Řešte rovnici:**

2535

$$\frac{5}{x + 1} - 7 = \frac{10 - 7x}{x - 1}$$

OK 4

 **Obsah**

 1. Rovnice	2
 2. Lineární rovnice - jednoduché procvičovací příklady	4
 3. Lineární rovnice - složitější procvičovací příklady	10