

# Lineární rovnice pro učební obory

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

Kopírování a jakékoliv další využití výukového materiálu je povoleno pouze s uvedením odkazu na [www.jarjurek.cz](http://www.jarjurek.cz).

## 1. Rovnice

### Co je rovnice

Rovnice je matematický zápis rovnosti dvou výrazů.

př.:  $2x + 5 = 7x - 3$

Písmeno zapsané v rovnici nazýváme **neznámá**. Pokud určíme hodnotu neznámé, získáváme tzv. **řešení rovnice** nebo též **kořen rovnice**.

Rovnice můžeme mít s jednou neznámou, se dvěma neznámými, s parametrem, s absolutní hodnotou; rovnice mohou být lineární, kvadratické, kubické, exponenciální, logaritmické, apod. Zabývat se budeme i řešením soustav rovnic, což je zápis dvou nebo více rovnic, zpravidla o dvou nebo více neznámých, přičemž všechny rovnice platí současně.

### Ekvivalentní úpravy rovnic

#### 1. ekvivalentní úprava

**K oběma stranám rovnice můžeme přičíst (resp. odečíst) stejné číslo (stejný výraz).**

př.:  $2x + 3 = 7 - 3x \quad /+3x$

$$5x + 3 = 7$$

Pozn.: V praxi se nejedná o nic jiného než o poznatek, který nám říká, že při převodu členu obsaženého v součtu nebo v rozdílu z jedné strany rovnice na druhou měníme u tohoto členu znaménko.

#### 2. ekvivalentní úprava

**Obě strany rovnice můžeme vynásobit, případně vydělit, stejným číslem (stejným výrazem) různým od nuly.**

př.:  $8x = 24 \quad /:8$

$$x = 3$$

Pozn.: Pokud se u rovnic vyskytuje neznámá ve jmenovateli, musíme před zahájením řešení stanovit **podmínky řešitelnosti**.

Pozn.: Zatím se budeme zabývat tzv. **lineárními rovnicemi**, což jsou takové rovnice, u nichž se neznámá vyskytuje pouze v první mocnině.

Pozn.: Pokud při řešení rovnice vyjde závěr, kterým je **nepravdivá rovnost** (nerovnost), pak daná **rovnice nemá řešení**. Pokud při řešení rovnice vyjde závěr, kterým je **pravdivá rovnost**, pak daná rovnice má **nekonečně mnoho řešení**; řešením jsou pak všechna reálná čísla, jedná-li se o rovnici bez neznámé ve jmenovateli anebo všechna reálná čísla s výjimkou těch, která odporují podmínce řešitelnosti, jedná-li se o rovnici s neznámou ve jmenovateli.

### Řešení jednoduchých rovnic

- ukázkové příklady

#### **Příklad 1:**

Řešte rovnici:

$$\frac{t+5}{3} - \frac{t}{2} = \frac{t-2}{3} - \frac{t-3}{2}$$

**Řešení:**

$$\frac{t+5}{3} - \frac{t}{2} = \frac{t-2}{3} - \frac{t-3}{2} \quad | \cdot 6$$

$$2t + 10 - 3t = 2t - 4 - 3t + 9 \quad | +t$$

$$10 = 5$$

Závěr: Rovnice nemá řešení.

### **Příklad 2:**

Řešte rovnici:

$$v + \frac{3-7v}{5} = \frac{v+3}{5} - \frac{2v-1}{3}$$

**Řešení:**

$$v + \frac{3-7v}{5} = \frac{v+3}{5} - \frac{2v-1}{3} \quad | \cdot 15$$

$$15v + 9 - 21v = 3v + 9 - 10v + 5 \quad | +7v - 9$$

$$v = 5$$

### **Příklad 3:**

Řešte rovnici:

$$\frac{6+25x}{15} - (x-1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5}$$

**Řešení:**

$$\frac{6+25x}{15} - (x-1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5} \quad | \cdot 15$$

$$6 + 25x - 15x + 15 = 10x + 21 \quad | -10x - 21$$

$$0 = 0$$

Závěr: Rovnice má nekonečně mnoho řešení, řešením je každé reálné číslo.

### **Příklad 4:**

Řešte rovnici:

$$(5x - 4)^2 - (5 - 3x)^2 = (3 - 4x)^2$$

**Řešení:**

$$(5x - 4)^2 - (5 - 3x)^2 = (3 - 4x)^2$$

$$25x^2 - 40x + 16 - 25 + 30x - 9x^2 = 9 - 24x + 16x^2 \quad | +24x + 9 - 16x^2$$

$$14x = 18$$

$$x = 9/7$$

### **Příklad 5:**

Řešte rovnici:

$$1 + \frac{x}{1-2x} = \frac{x+3}{2x+1}$$

**Řešení:**

$$1 + \frac{x}{1-2x} = \frac{x+3}{2x+1} \quad | \cdot (1-2x)(2x+1); x \neq \pm \frac{1}{2}$$

$$-4x^2 + 1 + 2x^2 + x = x - 2x^2 + 3 - 6x$$

$$1 + x = -5x + 3$$

$$6x = 2$$

$$x = 1/3$$



## 2. Lineární rovnice - procvičovací příklady

1. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x+3}{4} - \frac{3}{x+3} = \frac{2x-3}{8}$$

OK

$$-\frac{1}{3}$$

2504

2. **Řešte rovnici:**

$$(x+2)^2 - 6 = 2x^2 - 3x - x(x-3)$$

OK

$$0,5$$

2505

3. **Řešte rovnici:**

$$3(x+5) = 4(x+4) - 4x$$

OK

$$1/3$$

3005

4. **Řešte rovnici:**

$$\frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7}$$

OK

$$10$$

2481

5. **Řešte rovnici:**

$$10z - 2 \cdot (4z - 8) + 1,6 = 4z + 20$$

OK

$$-1,2$$

2487

6. **Řešte rovnici:**

$$x + \frac{3-7x}{5} = \frac{x+3}{5} - \frac{2x-1}{3}$$

OK

$$5$$

2472

7. **Řešte rovnici:**

$$(6x-3) \cdot (5+4x) = (4x-3)^2 + 8x^2 + 54x - 18$$

OK

$$-0,5$$

2497

8. **Řešte rovnici:**

$$5(a-1) = -50$$

3004

OK: -9

9. **Řešte rovnici:**

$$7x^2 + (x-2)^2 + (3+x)^2 = (3x+2)^2 + 4$$

2506

OK: 0,5

10. **Řešte rovnici:**

$$\frac{z-2}{3} - \frac{z+4}{5} = -1$$

3010

OK: 3,5

11. **Řešte rovnici:**

$$14 - 4b + 2b = 10 - 2b$$

3003

OK: Nemá řešení

12. **Řešte rovnici:**

$$1 - \frac{3-x}{4} = \frac{2x-5}{6}$$

2493

OK: 13

13. **Řešte rovnici:**

$$\frac{5x-1}{6} - \frac{3x+1}{4} = \frac{2x-3}{12}$$

2483

OK: -2

14. **Řešte rovnici:**

$$3y + 2 - 2y = 6 + y - 4$$

3001

OK: Každé reálné číslo

15. **Řešte rovnici:**

$$(1-2x)^2 = (4x-1)(2+x) - \frac{5}{2}$$

2473

OK: 0,5

16. **Vypočítej neznámou x:**

$$5 \cdot x + 4 = 24$$

2499

OK: 4

17. **Řešte rovnici:**

$$(x-2)^2 = (x+1)(x-4) - \frac{3x-6}{2}$$

2476

OK: -10

18. **Určete číslo x tak, aby platilo:**

$$x - 49 = 38$$

2502

OK: 87

19. Řešte rovnici:

$$\frac{3-7x}{10} - \frac{7-3x}{5} = -1 - \frac{x+1}{3}$$

OK: -1

2477

20. Řešte rovnici:

$$\frac{7}{x+3} - \frac{3}{x-3} = \frac{10}{9-x^2}$$

OK: 5

2490

21. Řešte rovnici:

$$\frac{x+3}{4} - \frac{2x-3}{8} = \frac{3}{x+3}$$

OK:  $-\frac{1}{3}$ 

2509

22. Řešte rovnici:

$$-5x - \frac{2}{5}(3-8x) = 1 - \frac{1}{2}(3x-1)$$

OK: -9

2511

23. Řešte rovnici:

$$\frac{x+3}{2} - x = 7 + \frac{x-4}{3}$$

OK: -5

2496

24. Řešte rovnici:

$$\frac{x+3}{4} - \frac{x-5}{3} = 2$$

OK: 5

2474

25. Řešte rovnici:

$$\frac{x+2}{x+3} + \frac{2-x}{x-3} = \frac{5}{x^2-9}$$

OK: -2,5

2498

26. Řešte rovnici:

$$(6+4x) \cdot 1,3 + 10,2 = 101,2 - 1,2 \cdot (3x-4)$$

OK: 10

2486

27. Řešte rovnici:

$$13 - 6(u-2) = -11$$

OK: 6

3006

28.	<b>Řešte rovnici:</b> $\frac{1,8-8x}{1,2} - \frac{1,3-3x}{2} = \frac{5x-0,4}{0,3}$	2512
OK	0,1	
29.	<b>Řešte rovnici:</b> $2x-3=15$	3000
OK	9	
30.	<b>Řešte rovnici:</b> $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 1,5$	3008
OK	6	
31.	<b>Řešte rovnici:</b> $\frac{4y+3}{3} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{5(1-y)}{6}$	2503
OK	-1	
32.	<b>Řešte rovnici:</b> $6-7a=-4,5$	3002
OK	1,5	
33.	<b>Řešte rovnici:</b> $(x+4)^2 = x^2 + 16$	2514
OK	0	
34.	<b>Řešte rovnici:</b> $9x - \frac{3 \cdot (5x-1)}{4} = 5x + \frac{5}{8}$	2475
OK	-0,5	
35.	<b>Řešte rovnici:</b> $\frac{3-x}{2} + x = \frac{1-2x}{3}$	2508
OK	-1	
36.	<b>Řešte rovnici:</b> $4 - \frac{7-3x}{5} = 3 - \frac{3-7x}{10} - \frac{x+1}{3}$	2470
OK	-1	
37.	<b>Řešte rovnici:</b> $1 + \frac{x+1}{3} = \frac{x+2}{2}$	2478
OK	2	

38. **Řešte rovnici:**

$$2x^2 - 2 \cdot (x + 7)^2 = 2 \cdot (3x - 72,5) - (x + 5)^2 + (x - 6)^2$$

OK 3

2484

39. **Řešte rovnici:**

$$\frac{1}{2} \left( 3x - \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \left( 4x - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{4} (6x - 5) - \frac{2}{3}$$

OK  $\frac{4}{3}$ 

2492

40. **Řešte rovnici:**

$$(3x + 10) + 2(x - 4) = \frac{x}{2} + \frac{5}{4}$$

OK  $-\frac{1}{6}$ 

2471

41. **Určete číslo x tak, aby platilo:**

$$x + 53 = 64$$

OK 11

2500

42. **Řešte rovnici:**

$$(3x - 8)^2 - (9 - 5x)^2 - 6 = 4 \cdot (5x - 1) - (5 - 4x)^2$$

OK  $\frac{1}{3}$ 

2489

43. **Určete číslo x tak, aby platilo:**

$$9 \cdot x = 108$$

OK 12

2501

44. **Řešte rovnici:**

$$\frac{2}{6x+1} - \frac{3}{1-6x} = \frac{26x+9}{36x^2-1}$$

OK 2

2488

45. **Řešte rovnici:**

$$\frac{y}{3,5} = -4$$

OK -14

3009

46. **Řešte rovnici:**

$$26 - 4x = 12x - 7 \cdot (x + 4)$$

OK 6

2482



47. **Řešte rovnici:**

$$\frac{3x+7}{5} - \frac{8-x}{3} = x-1$$

OK: -4

2495

48. **Řešte rovnici:**

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}x + \frac{1}{3}x = \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}x + \frac{2}{5}x + \frac{1}{15}$$

OK: 1

2480

49. **Řešte rovnici:**

$$(x+2)^2 = 2x^2 - 3x + 6 - x(x-3)$$

OK: 0,5

2479

50. **Řešte rovnici:**

$$2\left(x - \frac{x-12}{8}\right) = 7x+3$$

OK: 0

2507

51. **Řešte rovnici:**

$$\frac{x}{2} - \frac{5x+4}{3} = \frac{4x-9}{3}$$

OK:  $\frac{2}{3}$ 

2469

52. **Řešte rovnici:**

$$\frac{6(x-1)}{5} - \frac{3(1-2x)}{2} = 0,3(14x-9)$$

OK: Všechna reálná čísla

2513

53. **Řešte rovnici:**

$$7x+13=104$$

OK: 13

2494

54. **Řešte rovnici:**

$$6(4y-1) - 8(3y+2) = -22$$

OK: Každé reálné číslo

3007

55. **Řešte rovnici:**

$$\frac{8x-1}{5} - \frac{3-2x}{4} = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

OK: -0,5

2491

56. **Řešte rovnici:**

$$(x-3)^2 = (x+1)(x-6) - \frac{9x+5}{2}$$

OK: -5

2510

57. **Řešte rovnici:**

2485

$$\frac{2}{5}(2x-1) - (1+3x) \cdot \frac{1}{10} = \frac{3x}{2} - 3,5$$

OK 3

 **Obsah**

 1. Rovnice	2
 2. Lineární rovnice - procvičovací příklady	4