Variace

1

Funkce pro učební obory

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

1. Funkce

Funkce je přiřazení, které každému prvku nějaké zadané množiny M přiřazuje právě jedno reálné číslo.

Množinu M nazýváme **definiční obor** - značíme D, případně D(f)

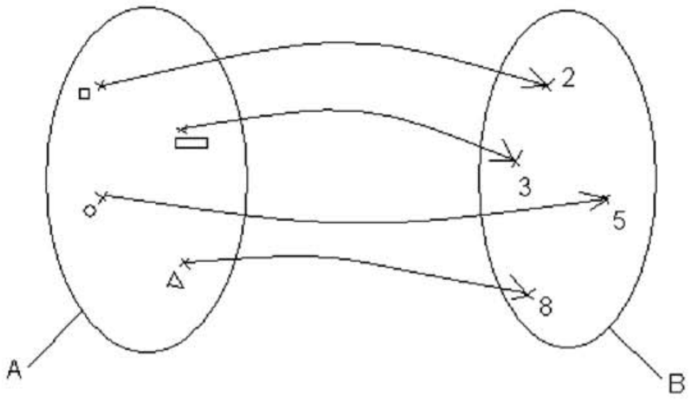
Reálná čísla, která jsou takto přiřazena, nám tvoří další množinu, kterou nazýváme **obor hodnot** funkce - značíme H, případně H(f).

Funkce může být zadána různými způsoby:

- tabulkou

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	12	14	16	20	4	8	24

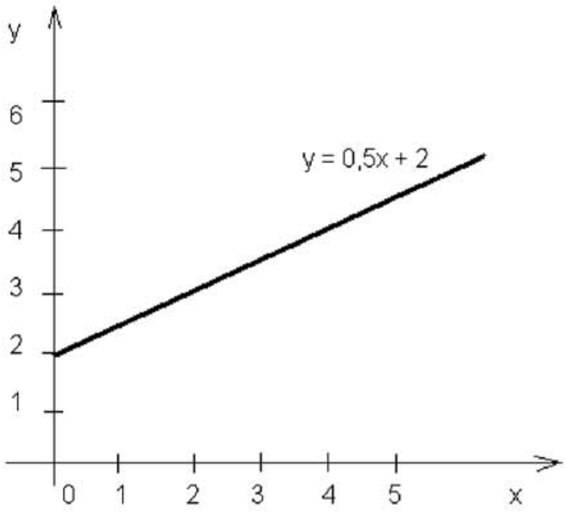
- spojnicovým diagramem



- rovnicí

y = 2x + 5

- grafem



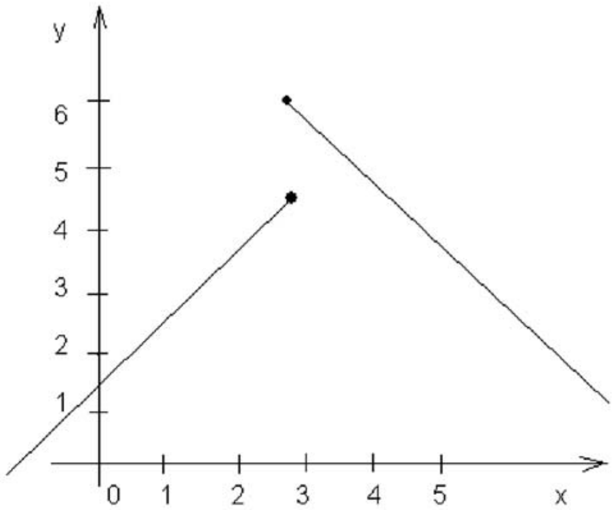
2. Definice funkce - procvičovací příklady

1. Určete, zda jde o tabulku představující funkci: 1340

x	*	o	#	$
y	1	3	3	2

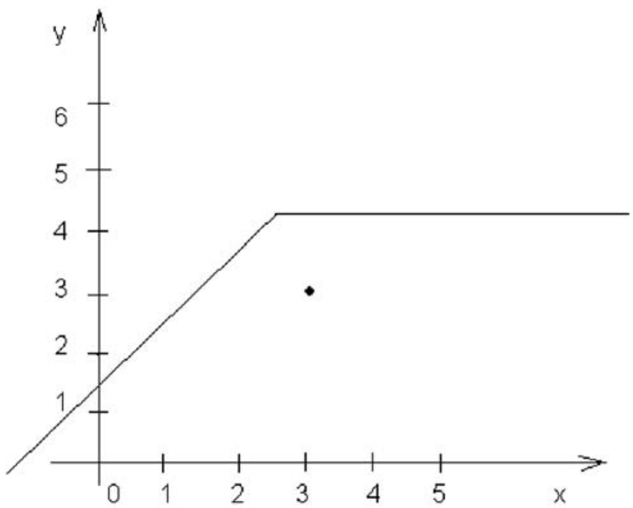
OK Ano

2. Určete, zda jde o graf funkce: 1347



OK Ne

3. Určete, zda jde o graf funkce: 1348



OK Ne

4. Určete, zda jde o tabulku představující funkci: 1344

x	5	4	6	8
y	*	o	#	$

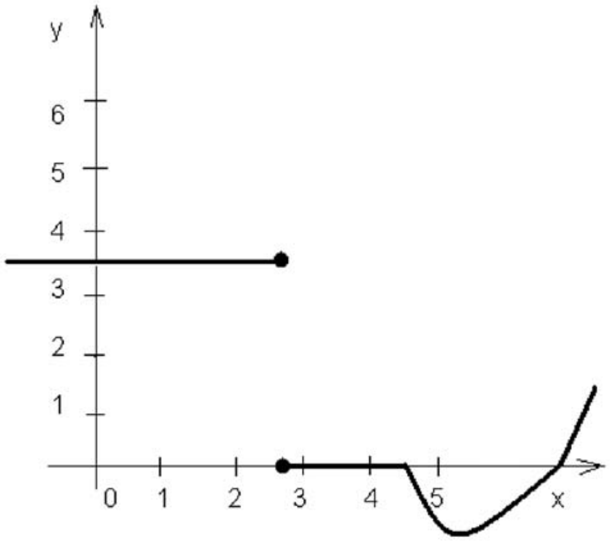
OK Ne

5. Určete, zda jde o tabulku představující funkci: 1343

x	*	o	#	o
y	1	3	3	2

OK Ne

6. Určete, zda jde o graf funkce: 1349



OK Ne

7. Určete, zda jde o tabulku představující funkci: 1342

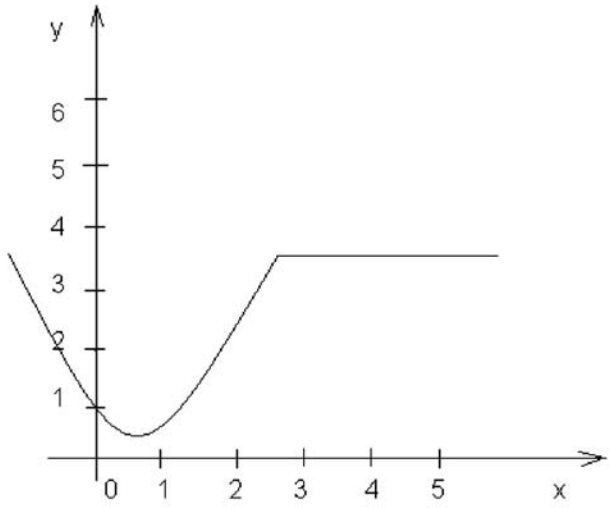
x	2	6	7	8
y	1	3	4	2

OK Ano

8. Určete, zda jde o zápis funkce: 1345
$y = 2x^2 + 6$

OK Ano

9. Určete, zda jde o graf funkce: 1346



OK Ano

10. Určete, zda jde o tabulku představující funkci: 1341

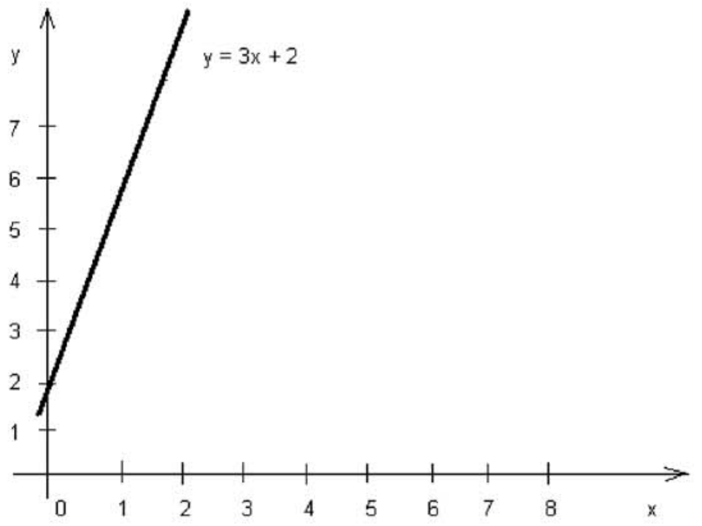
x	2	6	2	8
y	1	3	4	2

OK Ne

3. Lineární funkce

Lineární funkce je funkce, která je dána rovnicí $y = ax + b$, kde a, b jsou reálná čísla.

Grafem lineární funkce **je přímka** (nebo její část).



Definičním oborem každé lineární funkce (pokud není omezen intervalem) jsou všechna reálná čísla.

Oborem hodnot každé lineární funkce jsou všechna reálná čísla (pokud se nejedná o funkci konstantní nebo o funkci, jejíž definiční obor je omezený intervalem).

Průsečíky grafu lineární funkce s osami:

1. s osou x:

- v tomto případě je druhá souřadnice bodů rovna nule, proto do rovnice funkce dosadíme za $y = 0$ a vypočteme první souřadnici průsečíku s osou x.

Příklad 1:

Určete průsečík funkce $y = 2x - 1$ s osou x.

Řešení:

Hledaný bod X[x; y]

Dosadíme za $y = 0$, proto $0 = 2x - 1$

Vyřešíme vzniklou rovnici a dostáváme $x = 0,5$

Závěr: Hledaný průsečík je X[0.5; 0].

2. s osou y:

- v tomto případě je první souřadnice bodů rovna nule, proto do rovnice funkce dosadíme za $x = 0$ a vypočteme druhou souřadnici průsečíků s osou y.

Příklad 2:

Určete průsečík funkce $y = 2x - 1$ s osou y.

Řešení:

Hledaný bod Y[x; y]

Dosadíme za $x = 0$, proto $y = 2.0 - 1$

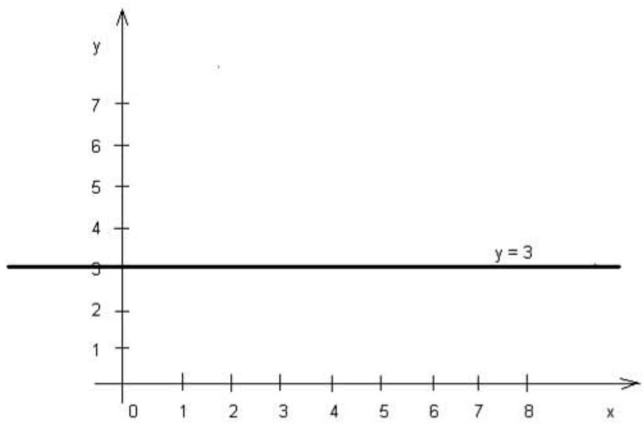
Vyřešíme vzniklou rovnici a dostáváme $y = -1$

Závěr: Hledaný průsečík je $Y[0; -1]$.

Zvláštní případy lineární funkce:

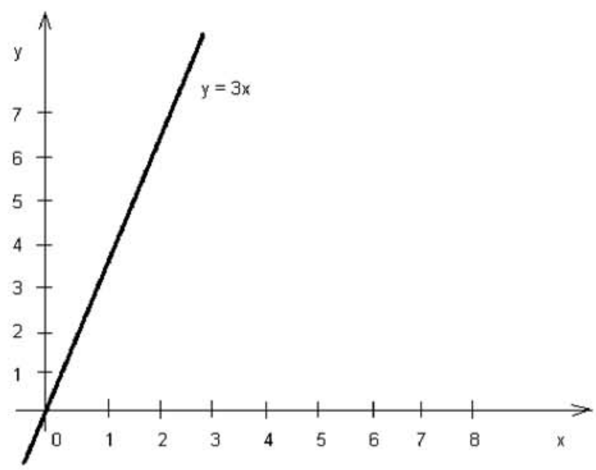
1. Je-li v rovnici lineární funkce číslo $a = 0$, pak $y = 0. x + b$, neboli $y = b$

- jedná se o tzv. **konstantní funkci**
- grafem je přímka, která je rovnoběžná s osou x



2. Je-li v rovnici lineární funkce číslo $b = 0$, pak $y = ax + 0$, neboli $y = ax$

- jedná se o **přímou úměrnost**
- grafem je přímka (nebo její část), která vždy prochází počátkem souřadného systému



Vlastnosti lineární funkce:

1. Lineární funkce je **rostoucí**, je-li $a > 0$.
2. Lineární funkce je **klesající**, je-li $a < 0$.

Číslo a se také někdy nazývá směrnice přímky.

Pozn.: Je-li $a = 0$, je funkce konstantní, tedy nerostoucí i neklesající.

Určení rovnice lineární funkce ze zadaných bodů

Vzhledem k tomu, že víme, že grafem lineární funkce je přímka, a přímka je vždy jednoznačně určena dvěma body, stačí nám pro zadání lineární funkce její dva body. Jedním z těchto bodů, případně i oběma body, může být klidně některý z průsečíků s osami, případně i počátek souřadného systému.

Příklad 3:

Určete rovnici lineární funkce, jejíž graf prochází body A[2; 3], B[-1; 2]

Řešení:

Obecná rovnice je y = ax + b. Dosadíme do ní postupně souřadnice obou bodů:

3 = 2a + b
2 = -a + b

Dostali jsme soustavu rovnic, kterou vyřešíme sčítací nebo dosazovací metodou.

Já použiji např. sčítací:

První rovnici opíšu, druhou vynásobím dvěma:

3 = 2a + b
4 = -2a + 2b

Obě rovnice sečtu:

7 = 3b

b = 7/3

Vrátím se k původním rovnicím a tentokráte opět první rovnici opíšu a druhou vynásobím (-1):

3 = 2a + b
-2 = a - b

Opět obě rovnice sečtu:

1 = 3a

a = 1/3

Dosadíme zpět do původní obecné rovnice lineární funkce a dostaneme:

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$$

Tím jsme stanovili rovnici lineární funkce, která oběma body prochází.

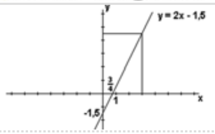
Grafické řešení soustavy lineárních rovnic

Obě rovnice převedeme do tvaru y = ax + b a sestrojíme grafy obou nově vzniklých funkcí. Souřadnice průsečíku těchto funkcí představují řešení původní soustavy lineárních rovnic.

4. Lineární funkce - procvičovací příklady

1. **Načrtněte graf funkce g_3: y = 2x - 1,5** 1411

OK



2. **Řešte graficky soustavu rovnic:**
3x + y = 9
6x + 2y = 18 1418

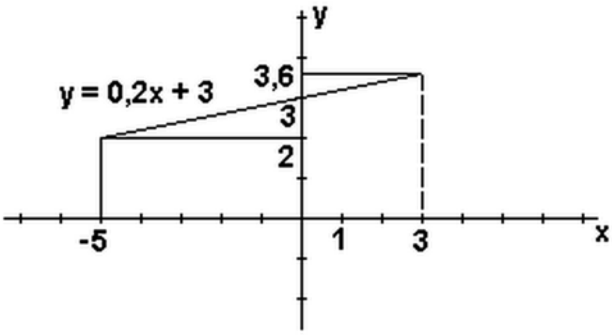
OK Přímky jsou rovnoběžné splývající, proto soustava má nekonečně mnoho řešení typu [k; -3k + 9], k ∈ R libovolné

3. **Řešte graficky soustavu rovnic:**
3x - 2y = 4
x + 3y = 5 1416

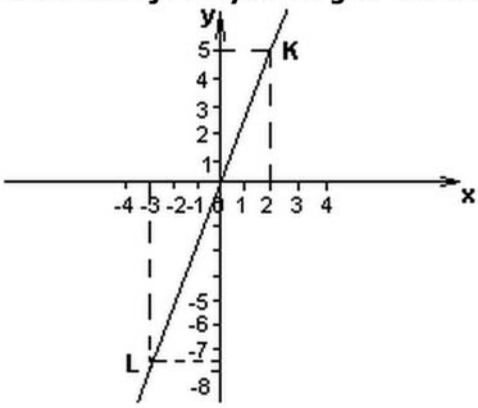
OK x = 2
y = 1

4. **Načrtněte graf funkce g: y = 0,2x + 3; x ∈ < -5; 3)** 1413

OK



5. **Na obrázku je narýsován graf funkce. Napište rovnici funkce.** 3023



OK

$$y = \frac{5}{2}x$$

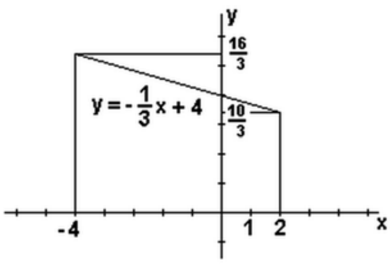
6. **Určete všechny lineární funkce, do nichž patří tyto uspořádané dvojice:**
[0; -2], [3; 5] 1414

OK f: y = 7x/3 - 2; D(f) = H(f) = R

7. **Načrtněte graf funkce f:** 1412

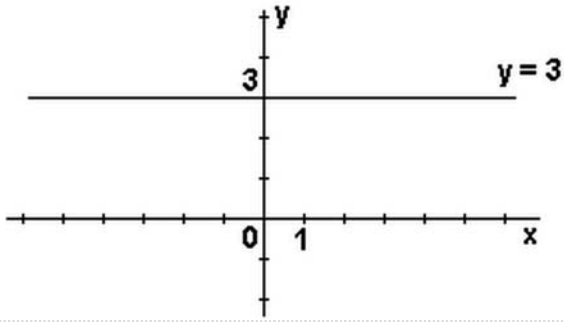
$$y = -\frac{1}{3}x + 4; \quad x \in < -4; 2 >$$

OK



8. **Určete, zda je daná funkce rostoucí nebo klesající, načrtněte graf.**
y = 3 1408

OK Funkce je zároveň nerostoucí i neklesající, D(f) = R, H(f) = {3}

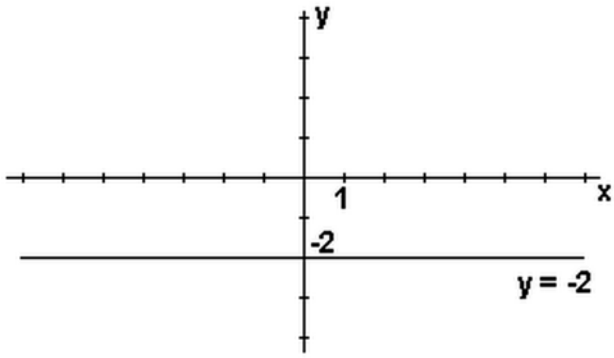


9. **Řešte graficky soustavu rovnic:**
x + y = 1
15 + 3y = -3x 1417

OK Přímky jsou rovnoběžné různé, proto soustava rovnic nemá řešení

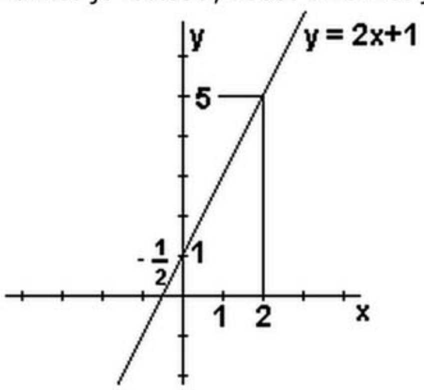
10. **Načrtněte graf funkce g_2: y = -2** 1410

OK



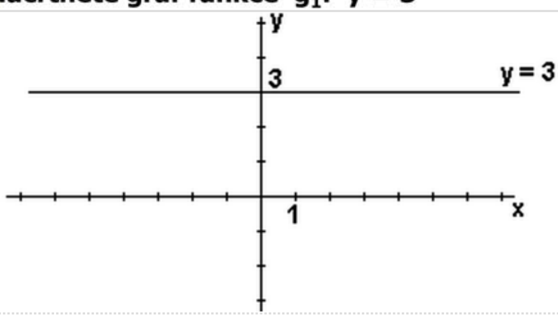
11. **Určete, zda je daná funkce rostoucí nebo klesající, načrtněte graf.**
y = 2x + 1 1406

OK Funkce je rostoucí, neboť směrnice je kladná.

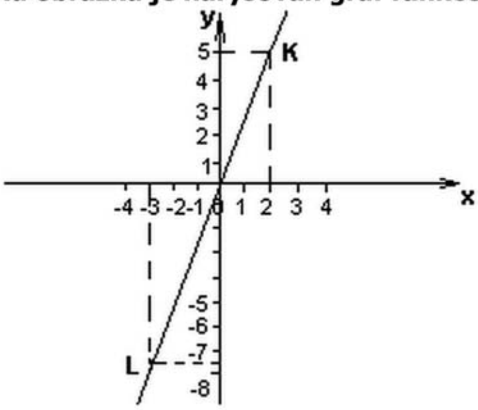


12. **Načrtněte graf funkce g_1: y = 3** 1409

OK



13. **Na obrázku je narýsován graf funkce. Určete souřadnice bodů K, L.** 1403

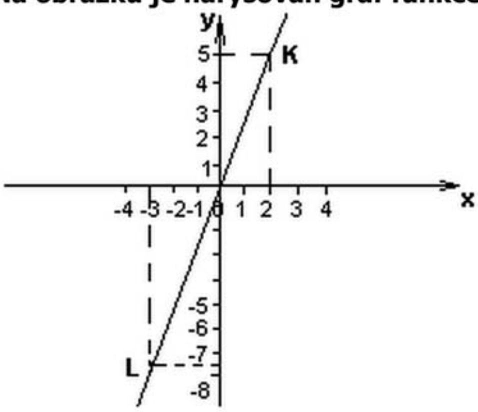


OK K[2; 5], L[-3; -7.5]

14. **Určete všechny lineární funkce, do nichž patří tyto uspořádané dvojice:** 1415
[1; 1], [3,5; -7]

OK f: y = -16x/5 + 21/5; D(f) = H(f) = R

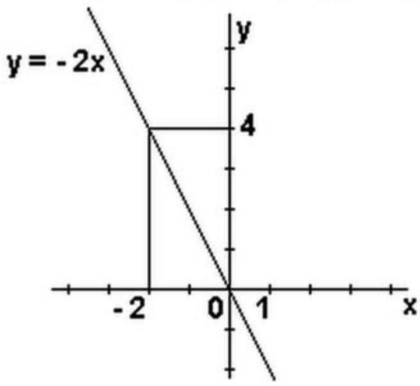
15. **Na obrázku je narýsován graf funkce. Napište název funkce.** 3022



OK Jedná se o lineární funkci.

16. **Určete , zda je daná funkce rostoucí nebo klesající, načrtněte graf.** 1407
y = -2x

OK Funkce je klesající, lichá, D(f) = H(f) = R



Obsah