Variace

1

Absolutní hodnota, intervaly

Autor: Mgr. Jaromír JUŘEK

1. Absolutní hodnota reálného čísla

Je dáno číslo *a*, jako libovolné celé číslo. Absolutní hodnotou čísla *a* nazýváme číslo označené |a|, které se při a ≥ 0 rovná číslu a, při a < 0 rovná číslu -a.

Absolutní hodnota |a - b| představuje vzdálenost bodů a, b, které jsou obrazy celých (reálných) čísel, na ose celých (reálných) čísel.

Platí:

|a . b| = |a| . |b|

|a : b| = |a| : |b|

Pozor!

|a + b| ≠ |a| + |b|

|a - b| ≠ |a| - |b|

Závěr:

1. Absolutní hodnota součinu se rovná součinu absolutních hodnot.
2. Absolutní hodnota zlomku se rovná absolutní hodnotě čitatele lomené absolutní hodnotou jmenovatele.

Poznámka:

Absolutní hodnota nuly je nula.

Zobecnění:

Absolutní hodnota libovolného reálného čísla *x* je definována podobně jako absolutní hodnota celého čísla:

|x| = +x	pro x > 0
|x| = 0	pro x = 0
|x| = -x	pro x < 0

Procvičovací příklady:

|54 321| = 54 321

|0,325| = 0,325

|- 21,56| = 21,56

|0| = 0

2. Intervaly

Intervaly, jejich zápis a znázornění

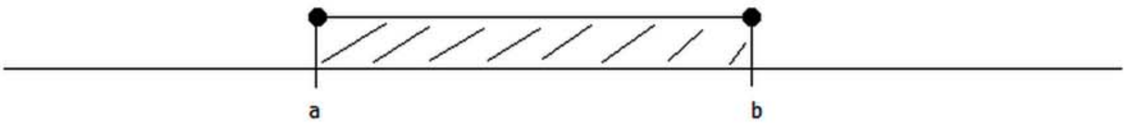
Užití intervalů je široké a setkáme se s nimi nejen při řešení nerovnic. Interval je vlastně jakési rozmezí čísel.

Rozdělení intervalů:

1. Uzavřený interval a ≤ x ≤ b

(*x* je menší nebo rovno *b* a zároveň větší nebo rovno než *a*)

- zapisujeme též množinově: $x \in \langle a;b \rangle$



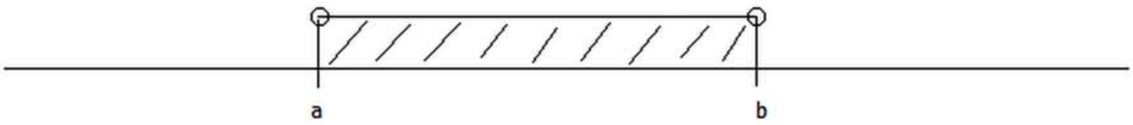
Grafickým znázorněním tohoto intervalu je úsečka se svými krajními body.

2. Otevřený interval

$a < x < b$

(x je menší než b a zároveň větší než a)

- zapisujeme též množinově: $x \in (a; b)$

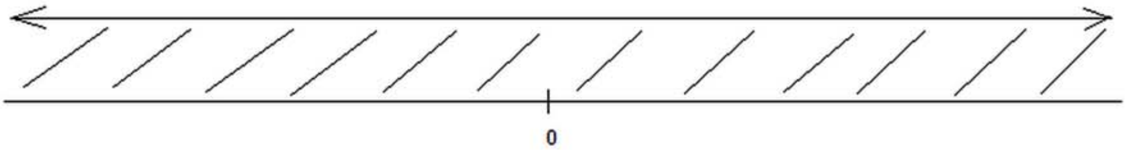


Grafickým znázorněním je úsečka bez krajních bodů.

Poznámka: Zvláštním případem otevřeného intervalu je celá množina reálných čísel.

Grafickým znázorněním je přímka.

$x \in (-\infty; +\infty)$ nebo jinak $x \in R$

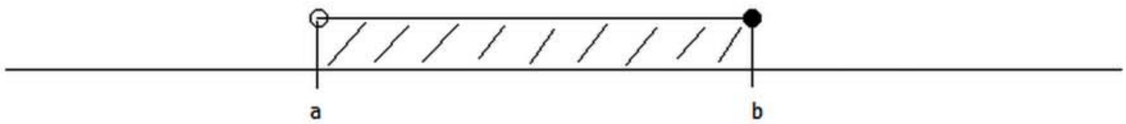


3. Polootevřený (polouzavřený) interval

$a < x \leq b$

(x je menší nebo rovno b a zároveň větší než a)

- zapisujeme též množinově: $x \in (a; b\rangle$

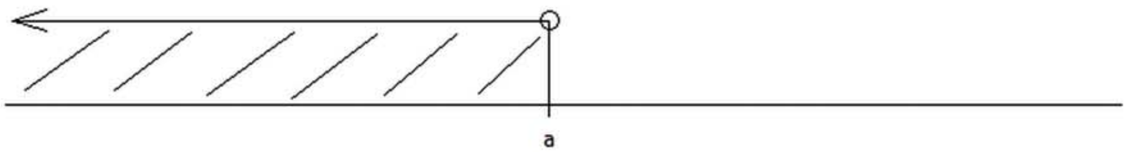


Grafickým znázorněním je úsečka s jedním krajním bodem. Takovýto interval někdy také nazýváme **zprava uzavřený interval**.

Pozn.: Analogicky bychom mohli definovat **zleva uzavřený interval**.

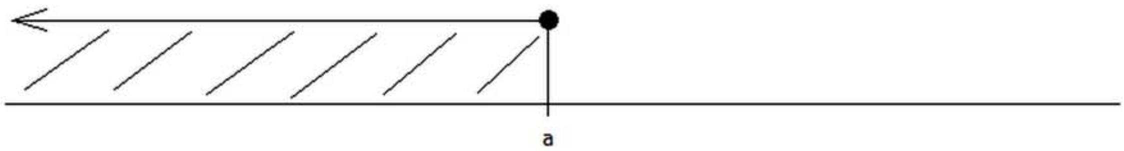
4. Další typy intervalů

$x < a$ $x \in (-\infty; a)$



Analogicky by byl interval pro $x > a$

$x \leq a$ $x \in (-\infty; a\rangle$



Opět analogicky by vypadal interval pro $x \geq a$

Průnik a sjednocení intervalů

S průnikem a sjednocením intervalů se setkáme v praxi například při řešení soustav nerovnic, ale i u některých funkcí - například u funkcí s absolutní hodnotou.

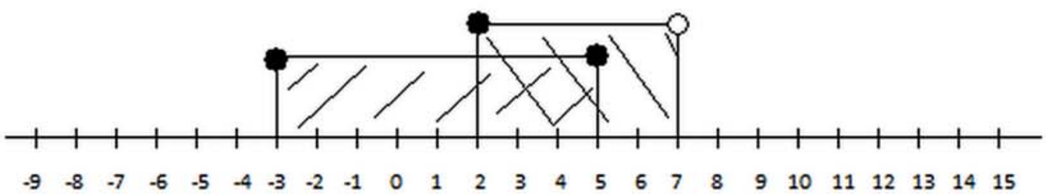
Průnik dvou intervalů obsahuje tu část číselné osy, jejíž obsah patří do obou intervalů současně.

Příklad 1:

Určete průnik a sjednocení intervalů

$A = \langle -3; 5 \rangle, B = < 2; 7)$

Řešení:

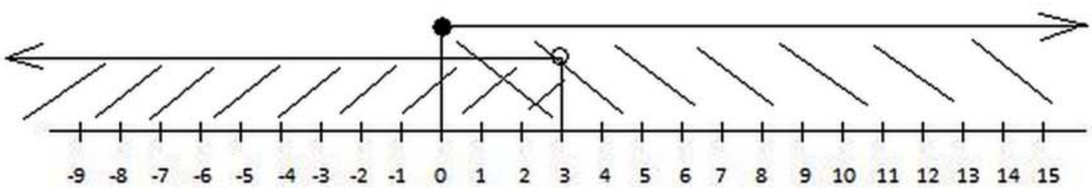


Při průniku hledáme to, co je oběma intervalům společné, tedy řešením je uzavřený interval A ∩ B = $\langle 2;5 \rangle$ Do sjednocení patří to, co je aspoň v jednom z intervalů, tedy řešením je A ∪ B = <–3; 7).

Příklad 2:

Určete průnik a sjednocení intervalů A = (-∞; 3) a B = <0; +∞)

Řešení:

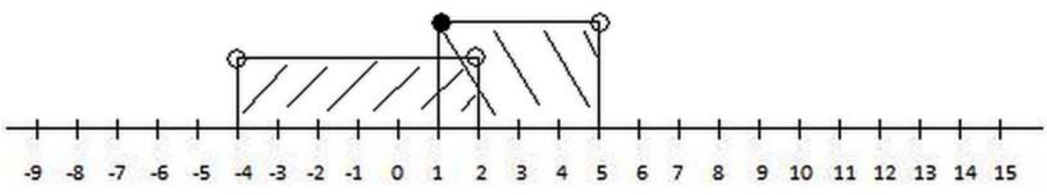


Společnou částí (průnikem) je v tomto případě zleva uzavřený interval <0; 3). Sjednocením je to, co patří aspoň do jednoho z intervalů, a to (-∞; +∞).

Příklad 3:

Určete průnik a sjednocení intervalů A = (-4; 2) a B = <1; 5)

Řešení:

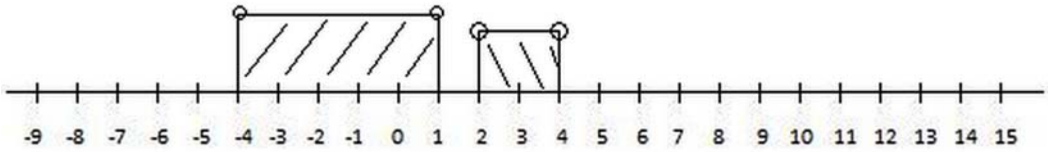


Průnikem je $A \cap B = \langle 1; 2)$. Při sjednocení hledáme to, co patří alespoň do jednoho z intervalů. Řešením je tedy otevřený interval $A \cup B = (-4; 5)$.

Příklad 4:

Určete průnik a sjednocení intervalů $A = (-4; 1)$ a $B = (2; 4)$.

Řešení:

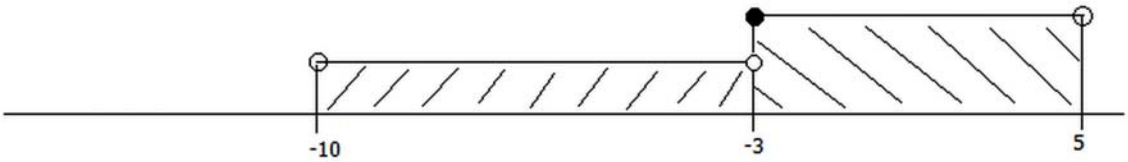


Společné prvky neexistují, proto průnikem je prázdná množina. Zapisujeme $A \cap B = \{\ \}$. Sjednocením je $A \cup B = (-4; 1) \cup (2; 4)$.

Příklad 5:

Určete průnik a sjednocení intervalů $A = (-10; -3)$, $B = \langle -3; 5)$.

Řešení:

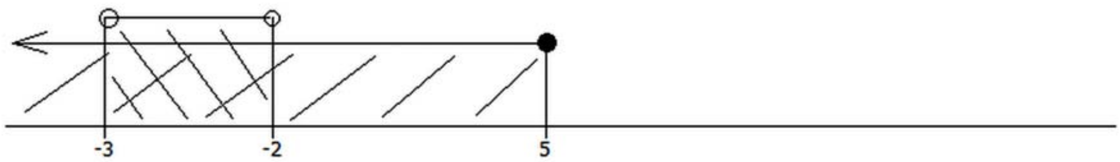


Společný prvek opět neexistuje, proto průnikem je $A \cap B = \{\ \}$. Sjednocením je $A \cup B = (-10; 5)$.

Příklad 6:

Určete průnik a sjednocení intervalů $A = (-\infty; 5\rangle$, $B = (-3; -2)$.

Řešení:



Průnikem je $A \cap B = (-3; -2)$. Sjednocením je $A \cup B = (-\infty; 5\rangle$.

Obsah